

INDICE

INDICE	1
CAPITOLO I	3
RIFERIMENTI TEORICI	3
INTRODUZIONE	3
I. 1. ASPETTI EPISTEMOLOGICI	4
I. 1. 1. LA STORIA DI BEE-BOT ATTRAVERSO I SUOI ANTENATI: IL LINGUAGGIO LOGO DALLA TARTARUGA A MICROMONDI.....	4
I. 1. 2. BEE-BOT E IL SUO POTENZIALE SEMIOTICO	10
I. 1. 2. 1. Che cos'è Bee-bot? Pensiero narrativo e pensiero paradigmatico	13
I. 1. 2. 2. Come è fatto e come funziona Bee-bot? Descrizione dell'artefatto.....	14
I. 1. 2. 3. Cosa può fare Bee-bot? In che modo e perché? Potenziale semiotico dell'artefatto.....	17
I. 1. 3. SAPERE ARITMETICO.....	18
I. 1. 4. SAPERE GEOMETRICO.....	22
I. 1. 5. SAPERE INFORMatico	26
I. 2. ASPETTI COGNITIVI	31
I. 2. 1. LE ANTINOMIE COSTITUTIVE DEGLI "ARTEFATTI COGNITIVI"	31
I. 2. 2. L'APPROCCIO STRUMENTALE DI RABARDEL	33
I. 2. 3. LA PROSPETTIVA VYGOTSKIANA	35
I. 2. 3. 1. Interiorizzazione.....	35
I. 2. 3. 2. Mediazione semiotica.....	37
I. 2. 3. 3. Funzione strumentale di artefatti e segni.....	38
I. 2. 3. 4. Zona di sviluppo prossimale	39
I. 3. ASPETTI DIDATTICI	42
I. 3. 1. LA MEDIAZIONE	42
I. 3. 1. 1. La "trasposizione didattica" di Chevallard.....	42
I. 3. 1. 2. Il modello di Hasan	43
I. 3. 1. 3. Il laboratorio di matematica	44
I. 3. 2. LA MEDIAZIONE SEMIOTICA IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA	45
I. 3. 2. 1. Polisemia degli artefatti.....	45
I. 3. 2. 2. Concetti quotidiani e scientifici.....	46
I. 3. 2. 3. Insegnante come mediatore culturale e artefatti come strumenti di mediazione semiotica	47
I. 3. 2. 4. Diverse categorie di segni	50
I. 3. 3. IL "CICLO DIDATTICO"	52
I. 3. 3. 1. La "discussione matematica"	54
I. 3. 3. 2. "Polifonia di voci".....	56
I. 3. 3. 3. Strategie didattiche non-direttive	56
CAPITOLO II	59
ARTEFATTI FATTI AD ARTE	59
INTRODUZIONE	59
II. 1. ESPERIMENTO DIDATTICO	60
II. 1. 1. IL CONTESTO SOCIO-CULTURALE	60

II. 1. 2. IL “SAPERE IN GIOCO”: PRESENTAZIONE DEL PROGETTO.....	61
II. 1. 3. LE FASI DEL PROGETTO.....	62
II. 1. 3. 1. “Che cos’è lo spazio?”	62
II. 1. 3. 2. Lo spazio, il corpo e il movimento	65
II. 1. 3. 3. Bambini e Bee-bot nello spazio	69
II. 1. 3. 4. Un’aula per Bee-bot.....	77
<u>CAPITOLO III.....</u>	85
<u>EVOLUZIONE DELLA CONOSCENZA</u>	85
INTRODUZIONE	85
III. 1. ANALISI A POSTERIORI.....	86
III. 1. 1. DALLE CONSEGNE AI <i>SEGNI/TESTI SITUATI</i>	86
III. 1. 2. LA RAPPRESENTAZIONE DELLO SPAZIO.....	88
III. 1. 2. 1. Uno spazio – tanti spazi.....	88
III. 1. 2. 2. Orientamento spaziale	89
III. 1. 2. 3. Sistemi di riferimento	90
III. 1. 2. 4. Coordinamento dei punti di vista.....	91
III. 1. 2. 5. Il modello RR (Ridescrizione Rappresentazionale)	94
III. 1. 2. 6. Il formato dell’esplicitazione verbale	96
III. 1. 3. L’IMPORTANZA DELLA CONSEGNA E IL DISEGNO INFANTILE.....	98
III. 1. 4. <i>SEGNI SITUATI E TESTI MATEMATICI</i>	102
III. 1. 5. CONTARE PER MISURARE	104
III. 1. 6. MISURARE PER RAPPRESENTARE	106
III. 2. RIFLESSIONI CONCLUSIVE.....	109
III. 2. 1. QUESTIONI DI METODO.....	109
III. 2. 2. VALUTAZIONE DEL RAGGIUNGIMENTO DEGLI OBIETTIVI FORMATIVI	110
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	113

CAPITOLO I

Riferimenti teorici

INTRODUZIONE

Dagli studi di ricerca in didattica della matematica che concentrano l'attenzione sui processi di insegnamento-apprendimento nella scuola emerge la presenza di tre specifiche componenti¹:

- una **componente epistemologica**, riguardante l'analisi dei contenuti matematici, ovvero del *sapere in gioco* che, nel nostro caso, corrisponde alla conoscenza matematica potenzialmente incorporata in Bee-bot, l'artefatto adottato nel progetto di sperimentazione didattica descritto in seguito;
- una **componente cognitiva**, legata all'analisi dei processi di apprendimento degli allievi posti di fronte a determinate consegne e circostanze collegate al *sapere in gioco* e appositamente predisposte dall'insegnante; tale componente verrà indagata con riferimento al quadro teorico della mediazione semiotica elaborato da Bartolini Bussi e Mariotti in una prospettiva post-vygotskiana²;
- una **componente didattica**, legata all'analisi dei processi di insegnamento-apprendimento, ovvero alle modalità per mezzo delle quali l'insegnante organizza e gestisce l'interazione in classe; nella fattispecie si considererà il costrutto di *ciclo didattico* e, in particolare, la *discussione matematica* come suo fondamentale momento³.

Nel corso del primo capitolo le tre componenti vengono trattate separatamente a scopo analitico, ma non sfuggirà al lettore la stretta interconnessione che le lega. Soprattutto in relazione alla componente epistemologica, capiterà spesso che vengano anticipati un lessico specifico e alcuni contenuti che nel corso della dissertazione acquisiranno maggiore chiarezza.

¹ Cfr. Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio*, Bergamo, Edizioni Junior, pp.20-21.

² Bartolini Bussi M.G. e Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", Treviso, CRDM, vol.32, sez.A-B, pp.270-294.

³ Ibidem.

L'esposizione ricalca, in un certo senso, la prassi del *ciclo didattico* che alterna attività con l'artefatto (descritto e analizzato nella parte epistemologica), produzione individuale di segni (legati ai processi dei singoli soggetti in apprendimento indagati nella parte cognitiva) e produzione collettiva di segni principalmente elaborati durante la *discussione matematica* (interpretabile come un fondamentale momento del processo di insegnamento-apprendimento esaminato nella parte didattica). Come il reiterarsi di diversi *cicli didattici* promuove la costruzione degli auspicati significati matematici negli allievi, così l'analisi delle singole componenti illumina le loro reciproche relazioni e favorisce un maggior approfondimento conoscitivo in chi si occupa di ricerca in didattica della matematica.

I. 1. ASPETTI EPISTEMOLOGICI

I. 1. 1. La storia di Bee-bot attraverso i suoi antenati: il linguaggio LOGO dalla Tartaruga a MicroMondi

Ideato dalla casa produttrice inglese TTS Group nel 2005 e presentato al World Didact di Basilea l'anno dopo, Bee-bot è un piccolo giocattolo programmabile che vanta illustri antenati. Per via indiretta si potrebbe attribuirne la paternità a **Seymour Papert**⁴, l'inventore del linguaggio di programmazione **LOGO**, in quanto il simpatico robottino a forma di ape discende da diverse generazioni di Tartarughe, da quelle a componenti meccaniche degli anni '60 fino alle più sofisticate Tartarughe virtuali che animano gli attuali *MicroMondi*.

Il linguaggio informatico LOGO nasce nel 1967 nel Laboratorio di Intelligenza Artificiale del MIT (Massachusetts Institute of Technology), dove Papert e i suoi collaboratori elaborano la cosiddetta "Teoria della Società della Mente", una teoria generale dell'intelligenza la cui originalità sta nel

considerare le idee tratte dall'informatica non solo come *strumenti di spiegazione* dei meccanismi di apprendimento e di pensiero, ma anche come *strumenti di cambiamento* che possono modificare e forse migliorare il modo di imparare e di pensare della gente.⁵

⁴ Il matematico sudafricano Seymour Papert (nato a Pretoria nel 1928), dopo essersi trasferito a Cambridge nel 1954 per svolgere ricerche nel campo della matematica, collabora dal 1958 al 1963 con Jean Piaget al Centro Internazionale di Epistemologia Genetica di Ginevra. L'esperienza maturata in questi cinque anni lo porta a pensare alla matematica come a una disciplina che permette ai bambini di diventare consapevoli dei loro processi d'apprendimento e di pensiero. Nel 1964 entra al MIT (Massachusetts Institute of Technology) dove fonda con Marvin Minsky il Laboratorio di Intelligenza Artificiale; qui nel 1967 nasce il linguaggio di programmazione LOGO, pensato come uno strumento per agevolare e migliorare l'apprendimento. Papert ha continuato a occuparsi di cibernetica, intelligenza artificiale, psicologia ed educazione sino al 2006, anno in cui è stato gravemente ferito e reso invalido da un incidente stradale avvenuto ad Hanoi, dove si trovava per una conferenza.

⁵ Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività*, trad. it. Torino, Emme Edizioni, 1984, p.222.

Il LOGO si configura come un linguaggio di programmazione per computer adatto ai bambini pur essendo professionale e non concepito come un "gioco"; esso presenta una spiccata caratterizzazione didattica fondata sulla teoria epistemologica di Piaget, per la quale i bambini sono attivi costruttori delle proprie strutture intellettuali, rielaborata da Papert che, più che interessarsi all'ordine di sviluppo delle diverse abilità intellettuali nel bambino, assegna un ruolo determinante ai materiali che una particolare cultura fornisce al bambino per lo sviluppo di queste abilità⁶.

Fra gli ambienti d'apprendimento offerti dal LOGO, la *Geometria della Tartaruga* è sicuramente il più conosciuto e sperimentato nel mondo della scuola, anche in Italia, ed è quello che più ci interessa al fine di ricostruire la genealogia di Bee-bot.

Originariamente la Tartaruga era una sorta di robot cibernetico che, muovendosi su una superficie piana, obbediva ai comandi che le venivano impartiti attraverso una tastiera da macchina da scrivere. Questa *Tartaruga da pavimento*, fornita di rotelle e di una penna che le permetteva di tracciare una linea corrispondente ai suoi movimenti, è sicuramente il più antico, e al contempo il più simile, antenato di Bee-bot. La somiglianza non sta tanto negli elementi esteriori che caratterizzano i due esemplari, ovvero le rotelle per muoversi a terra e la forma a cupola (anche se l'evoluzione ne ha contratte le dimensioni), quanto nelle proprietà essenziali che permettono ai due artefatti di veicolare significati matematici: **posizione, orientamento e dinamismo**, nel senso di capacità di eseguire gli ordini impartiti in un particolare linguaggio.

Queste tre proprietà permettono al bambino di identificarsi con l'artefatto sfruttando la conoscenza empirica che possiede del suo corpo e dei suoi movimenti per avvicinarsi ai concetti della geometria formale.

La geometria della Tartaruga è uno stile di geometria diverso dagli altri, come lo stile assiomatico d'Euclide e lo stile analitico di Cartesio erano anch'essi differenti l'uno dall'altro. Lo stile d'Euclide è logico, quello di Cartesio è algebrico. Lo stile della geometria della Tartaruga è *informatico*. Euclide elaborò la sua geometria partendo da un insieme di concetti fondamentali, uno dei quali è il punto. Un punto può definirsi come un'entità che ha una posizione, ma non ha nessun'altra proprietà. Non ha colore, né dimensione, né forma. Chiunque non sia mai stato iniziato alla matematica formale (si potrebbe dire che non sia stato ancora matematizzato), spesso trova questa nozione difficile da afferrare, per non dire bizzarra. È difficile correlarla con qualsiasi altra cosa che si conosca. Anche la geometria della Tartaruga ha un'entità fondamentale simile al punto d'Euclide. Ma quest'entità che io chiamo "Tartaruga", può essere messa in relazione con altre cose già note, perché contrariamente al punto di Euclide essa non è così totalmente sprovvista di proprietà, ed invece di essere statica, è *dinamica*. Oltre alla sua *posizione*, la tartaruga possiede un'altra importante proprietà: ha l'*orientamento*.⁷

⁶ Ibidem, capitolo 1, *Elaboratori e culture informatiche*, pp.25-44.

⁷ Ibidem, p.63 (i corsivi sono miei).



Posizione, orientamento e dinamismo caratterizzano anche la più sofisticata *Tartaruga da schermo* che anima i *MicroMondi* dell'omonimo software. Quest'ultimo è la versione italiana, tradotta da Augusto Chiocciariello e prodotta dalla Garamond, del software inglese, nato nel 1993, *MicroWorlds*. Ma che cos'è un micromondo? In sostanza si tratta di un piccolo mondo artificiale che semplifica, schematizzandolo, un pezzettino di conoscenza. In esso la chiara delimitazione del dominio conoscitivo problematico e la forte schematizzazione degli elementi che lo compongono permettono la ricerca attiva di una soluzione mediante il ricorso a operazioni su oggetti concreti. Ogni micromondo (o microcosmo come lo definisce Papert⁸) si configura così come un'*incubatrice di conoscenze* perché, sulla base del modello piagetiano, promuove l'apprendimento attraverso sequenze di *assimilazione* (quando avviene un'integrazione di nuovi stimoli alle conoscenze di cui si è già in possesso) e *accomodamento* (laddove si renda necessario modificare i propri concetti in risposta a un feedback inatteso).

I micromondi possono essere concretizzazioni di domini di diverse discipline, sia scientifiche che umanistiche. In essi la Tartaruga riveste il ruolo di **oggetto transizionale**, in quanto il bambino vi stabilisce delle relazioni che, a loro volta, si collegano a strutture intellettuali difficilmente raggiungibili in altra maniera. Come oggetto transizionale la Tartaruga, così come Bee-bot, si colloca tra il concreto e l'astratto, favorendo il passaggio dalle conoscenze ingenue e informali a quelle formalmente teorizzate. Rispetto a Bee-bot e alla *Tartaruga da pavimento*, fisicamente manipolabili, la *Tartaruga da schermo* di *MicroMondi* è solo virtualmente manipolabile, quindi meno adatta a dei bambini di scuola dell'infanzia e sicuramente più interessante per i ragazzi della scuola primaria o secondaria di primo e secondo grado; in ogni caso

⁸ Ibidem, capitolo 5, *Microcosmi: incubatrici di conoscenze*, pp.129-144.

anch'essa mantiene quel valore di concretezza fondamentale per promuovere la transizione verso conoscenze sempre più astratte e formali.

In *MicroMondi* la Tartaruga assume un aspetto stilizzato, simbolico; nella versione inglese è addirittura rappresentata da un triangolino, figura geometrica che le permette di mantenere, accanto alle altre, la fondamentale proprietà dell'orientamento. Anche se sono due entità fisiche differenti, *Tartarughe da pavimento* e *da schermo* hanno dunque alcuni tratti comuni che le rendono matematicamente isomorfe⁹.



Anche per Bee-bot e la sua versione software *Focus on Bee-bot*¹⁰ si può parlare di **isomorfismo**. Dal punto di vista matematico, infatti, il sapere incorporato nei due artefatti è il medesimo, ma gli itinerari per raggiungerlo e il *feedback* o retroazione offerti dal loro uso strumentale possono essere alquanto differenti.

⁹ In matematica un **isomorfismo** (dal greco *isos*, che significa “uguale”, e *morphé*, che significa “struttura”) indica una **corrispondenza biunivoca** tra due insiemi dotati di “strutture”, la quale conservi le strutture stesse. Tali strutture possono essere di tre tipi: *d’ordine*, *algebriche* e *topologiche*. Una definizione intuitiva di isomorfismo è quella del matematico Douglas Hofstadter: “La parola *isomorfismo* si usa quando due strutture complesse possono essere mappate una nell’altra, in modo che per ogni parte di una struttura c’è una parte corrispondente nell’altra struttura, dove *corrispondente* significa che le due parti giocano ruoli simili nelle loro rispettive strutture.” (La definizione si può reperire on line in: <http://it.wikipedia.org/wiki/Isomorfismo>).

¹⁰ Il software *Focus on Bee-bot* esiste solo in versione inglese e costituisce un esempio di CLIL (Content and Language Integrated Learning), ovvero di insegnamento/apprendimento di una disciplina non linguistica in una lingua diversa da quella materna. Le conoscenze di tipo matematico e informatico ben si prestano a essere veicolate per mezzo di questa strategia didattica che promuove l’apprendimento integrato di lingua e contenuti.

A questo punto è d'obbligo un approfondimento intorno ai principi che fondano la geometria della Tartaruga, in quanto sono analoghi a quelli che sostengono l'apprendimento mediante l'uso di artefatti quali il Bee-bot. La geometria della Tartaruga si fonda sul criterio progettuale di fornire un'esperienza matematica formale che sia accessibile, e quindi adatta e significativa, per i bambini. Il concetto di "*una matematica che possa essere fatta propria*" viene declinato da Papert in tre principi fondamentali.

Il primo è il *principio di continuità*: la matematica deve presentare una continuità con le conoscenze personali ben consolidate da cui può ricevere un senso di calore e di forza come pure competenza "cognitiva". Il secondo è il *principio di potenza*: deve permettere a chi apprende di concepire progetti personali carichi di significato, che non avrebbe mai potuto pensare prima. Il terzo, infine, è il *principio di risonanza culturale*: la materia deve avere senso in un più ampio contesto sociale.¹¹

Una tale matematica si scosta dalla matematica scolastica (che peraltro si ostina a somministrare contenuti pre-informatici in epoca informatica) innanzitutto perché si avvale di strategie euristiche per giungere a idee e principi generali, utili nella soluzione dei più svariati problemi. Queste strategie, proprio perché euristiche, non possono essere veicolate dall'esterno per mezzo della classica trasposizione di conoscenze dall'insegnante all'allievo, ma devono essere scoperte e/o costruite attraverso una ricerca attiva, se pur sostenuta dall'insegnante, da parte dell'allievo. Per impegnarsi in una ricerca di questo tipo è necessario provare interesse, ovvero attribuire significato, a ciò che si vuole imparare. È la **conoscenza matetica**¹² che permette di dare un senso all'apprendimento di qualsiasi contenuto, matematico o non. La geometria della Tartaruga si sforza quindi di favorire, ancor prima della *conoscenza matematica*, quella *matetica* che, in quanto conoscenza riguardo l'apprendimento, può essere considerata una conoscenza di secondo livello o metacoscienza.

La matematica scolastica si concentra sulla trasmissione di *conoscenze matematiche* che, non crescendo parallelamente alle *conoscenze metetiche*, risultano poco significative per i bambini che faticano nel rintracciarne l'utilità. Oltre a ciò, viene spesso tralasciato il *principio di continuità*, per il quale risulta fondamentale stabilire una profonda connessione tra la personale conoscenza dell'allievo e l'appropriazione del sapere formale. In ragione di questo principio, la geometria della Tartaruga

si avvale delle conoscenze già solidamente acquisite dal bambino in fatto di "geometria-corporea", come punto di partenza per farlo entrare nella geometria formale. Le prime esperienze proposte ai bambini in un ambiente d'apprendimento Tartaruga non hanno

¹¹ Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit., p.62.

¹² La *conoscenza matetica* è la conoscenza riguardo l'apprendimento, ovvero la conoscenza di come si impara. Mentre la *conoscenza matematica* si riferisce ai contenuti dell'apprendimento, quella *matetica* si interessa alle modalità di ogni tipo di apprendimento, anche di quello matematico. Cfr. ibidem, pp.71-74.

l'obiettivo di far acquisire regole formali, ma di sviluppare la comprensione del modo in cui essi si muovono nello spazio.¹³

Questa comprensione si ottiene immedesimandosi nella Tartaruga, mettendosi al suo posto e trasponendo in una serie ordinata di comandi per farla procedere, ovvero in una *procedura* o *programma*, le stesse mosse che il bambino compie per muoversi in un certo modo. **L'identificazione con l'artefatto**, insieme alla possibilità di ricorrere a ciò che già si conosce per comprendere qualcosa di nuovo, sono elementi che contraddistinguono anche l'apprendimento mediato da Bee-bot. Papert definisce questo apprendimento *sintonico*, in opposizione a quello *dissociato* tipico della matematica scolastica. Mentre l'*apprendimento dissociato* sembra scavare un solco tra le conoscenze e gli interessi del bambino da una parte e dall'altra il sapere formale cui tende l'insegnamento scolastico, l'*apprendimento sintonico* rispetta e valorizza la conoscenza che i bambini hanno del loro corpo ed è coerente con i loro interessi, gusti e desideri.

Quanto detto sinora è riconducibile al primo dei principi individuati da Papert in relazione al concetto di "*una matematica che possa essere fatta propria*", ovvero il *principio di continuità*. Per quanto concerne il secondo, che è il *principio di potenza*, va evidenziato come la Tartaruga, oltre a essere un oggetto attraente e facile da personificare, costituisca una potente idea matematica. In generale un'idea è potente, aldilà del suo contenuto, quando sostiene la capacità di conoscere, cioè quando stimola il *pensiero intuitivo*, fecondo di idee generatrici. Attraverso l'intuizione si ha la sensazione di aver capito qualcosa di importante, anche se spesso risulta difficile esternare il proprio pensiero. Ebbene la Tartaruga, così come Bee-bot, possono aiutare il bambino a rimodellare ed esprimere l'intuizione, perché richiedono di tradurre in un programma, e quindi di rendere più concreto e accessibile alla riflessione, il proprio pensiero.

In tal senso anche il concetto di **errore** assume una valenza diversa rispetto a quella che lo definisce in ambito scolastico. Se il mondo della scuola considera l'errore come qualcosa di negativo, un incidente di percorso da cancellare e dimenticare al più presto, nel mondo della Tartaruga e di Bee-bot esso diviene costruttivo ed è parte integrante del processo di apprendimento.

La correzione degli errori (*debugging*) fa parte del processo di comprensione di un programma; il bambino che programma è incoraggiato a studiare il *bug*, non a cancellarlo in fretta dalla sua memoria.¹⁴

Lo studio dell'errore induce a un progressivo miglioramento della procedura che mostra al bambino come spesso le diverse soluzioni possibili non siano completamente giuste o sbagliate, ma si trovino in una situazione di continuità. Negli ambienti d'apprendimento LOGO si può dare un nome alle procedure, identificarle, salvarle, modificarle..., insomma esercitare quelle conoscenze

¹³ Ibidem, p.66.

¹⁴ Ibidem, p.69.

procedurali che ogni bambino possiede e utilizza in diverse situazioni della vita, ma magari non riesce a trasferire nella matematica scolastica.

In relazione al terzo e ultimo *principio*, quello di *risonanza culturale*, Papert insiste sul fatto che, così come non bisogna separare ciò che viene appreso dal processo di apprendimento, quest'ultimo non può e non deve essere disgiunto dalla realtà. Ora, poiché la realtà culturale verso cui ci muoviamo è informatica, è assolutamente necessario rimuovere gli ostacoli che inibiscono la crescita di culture informatiche popolari. Uno di questi ostacoli è rintracciabile nella profonda scissione tra *conoscenze scientifiche* e *conoscenze umanistiche* che caratterizza la cultura contemporanea. I sintomi più acuti di questa dissociazione emergono con evidenza in ambito matematico, sia dentro che fuori il mondo della scuola. La paura diffusa della matematica colpisce, infatti, tanto gli studenti, quanto il resto della popolazione.

La matofobia endemica della cultura contemporanea impedisce a un gran numero di persone di apprendere qualsiasi cosa che essi considerano "matematica", benché non abbiano alcuna difficoltà nell'impadronirsi del sapere matematico non percepito come tale.¹⁵

Dalla paura della matematica alla paura di apprendere in senso lato il passo è breve e la stessa etimologia del termine **matofobia** ce lo indica; la radice greca *math* designa infatti tutto ciò che è collegato all'apprendimento!

Papert sottolinea quindi la necessità di

gettare un ponte (...) sull'abisso che separa la cultura tecnico-scientifica da quella umanistica. Penso che la chiave di volta di un tale ponte stia nell'imparare come rielaborare in termini informatici quelle *idee potenti* che sono di grande importanza sia per il poeta che per l'ingegnere. L'elaboratore, dal mio punto di vista, agisce come *oggetto transizionale* per mediare delle relazioni che sono, in ultima analisi, tra persone. Vi sono dei matofobi molto sensibili ai movimenti del loro corpo e dei matofili che hanno dimenticato le radici senso-motorie delle loro conoscenze matematiche. La Tartaruga stabilisce un ponte. Può servire come strumento comune per riamalgamare gli elementi divisi della geometria corporea e della geometria formale.¹⁶

I. 1. 2. Bee-bot e il suo potenziale semiotico

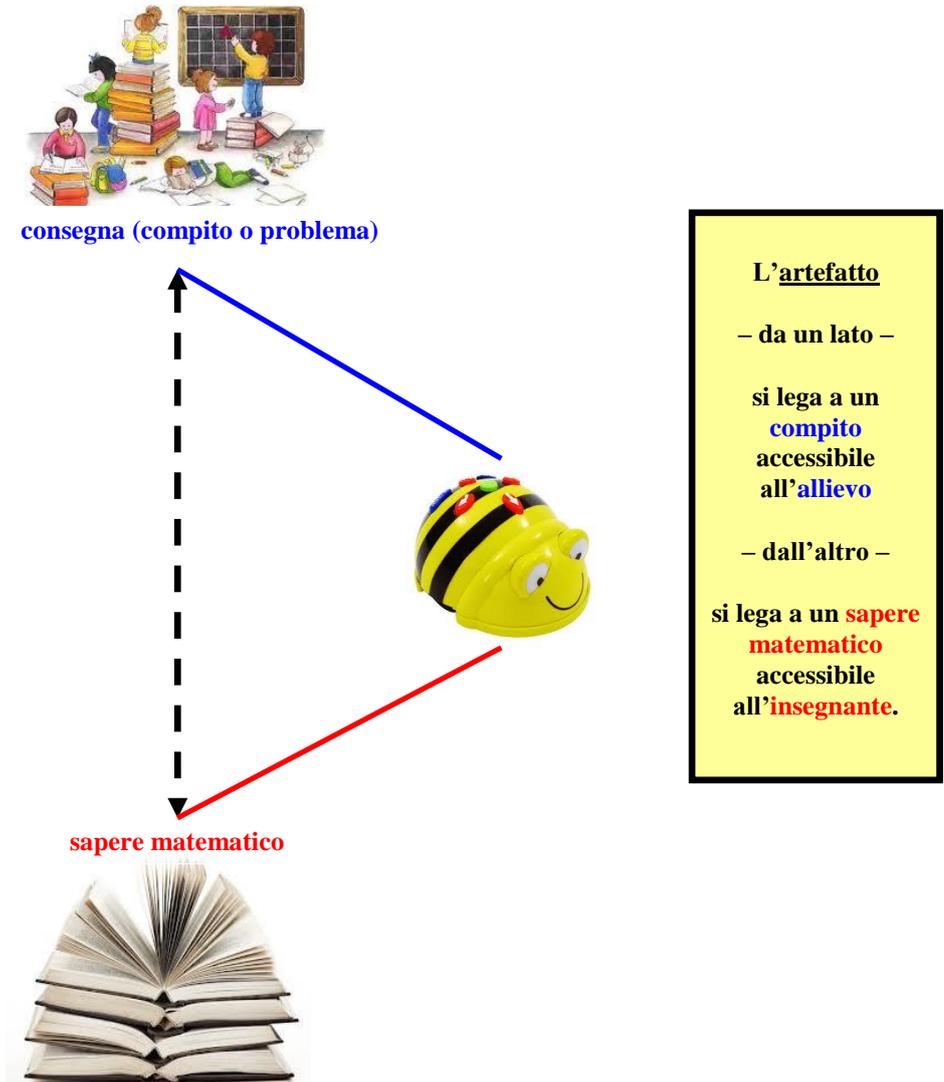
L'analisi del potenziale semiotico dell'artefatto sta alla base della progettazione didattica che l'insegnante elabora prima di attuare qualsivoglia intervento o attività con gli studenti. Nel quadro teorico della **mediazione semiotica**, la progettazione ha lo scopo di mettere in relazione **consegne** che riguardano compiti o problemi accessibili agli allievi con il **sapere matematico** di cui è custode e portavoce l'insegnante. In questa relazione si inserisce l'**artefatto** che, da un lato,

¹⁵ Ibidem, p.14.

¹⁶ Ibidem, pp.195-196 (i corsivi sono miei).

incorpora conoscenze e significati che rimandano al sapere matematico di riferimento, dall'altro, si rivela un utile strumento per espletare le consegne appositamente predisposte dall'insegnante.

Sapere, consegna e artefatto rappresentano i vertici del **triangolo del potenziale semiotico** dell'artefatto; quest'ultimo può essere interpretato come un *micromondo* in grado di agevolare, attraverso azioni tanto concrete quanto significative, l'acquisizione del sapere formale.



Il potenziale semiotico di un artefatto è quindi dato dall'insieme dei segni che possono scaturire nel momento in cui viene utilizzato come uno strumento nell'esecuzione di un compito o nella risoluzione di un problema. La natura di questi segni è svariata e dipende non solo dall'artefatto e dal compito in questione, ma anche dalle competenze che il soggetto utilizzatore possiede ed effettivamente impiega.

Secondo la classificazione di Wartofsky, Bee-bot si può considerare un *artefatto secondario*, ovvero uno "strumento psicologico orientato verso l'interno, usato nel mantenimento e nella trasmissione di specifiche competenze tecniche acquisite"¹⁷. In tal senso Bee-bot si configura come un artefatto particolarmente complesso, in quanto può fungere da mediatore di molteplici significati riconducibili sia al sapere matematico che tecnico-informatico.

In relazione alla conoscenza matematica si possono distinguere significati propriamente aritmetici, legati al concetto di numero, e significati geometrici, connessi al concetto di spazio.

Bee-bot permette di avvicinare sia l'idea di *numero naturale* per contare quantità discrete (il numero delle istruzioni necessarie a programmarlo o dei passi effettuati dal robot per eseguire i comandi impartiti), sia l'idea di *numero reale* per misurare quantità continue (la lunghezza di ogni passo o di un insieme di passi); con questo artefatto si possono inoltre apprendere i rudimenti delle principali operazioni aritmetiche.

Dal punto di vista geometrico, Bee-bot si rivela utilissimo per visualizzare e progettare percorsi, orientarsi nello spazio indagando il fondamentale concetto di punto di vista, esplorare alcune forme geometriche...

Per quanto concerne la conoscenza informatica, emergono svariati significati che Bee-bot è in grado di veicolare: dal concetto di istruzione a quello di programma, passando per le nozioni di memoria, input, output e feedback.

Particolarmente interessante risulta la "dialettica" di questo artefatto che da un lato si caratterizza per l'estrema semplicità d'uso, dall'altro incorpora molteplici e differenti significati del sapere formale non sempre e non necessariamente evidenti. La consapevolezza della complessità dell'artefatto e l'approfondita conoscenza dei diversi aspetti (epistemologici, cognitivi e didattici) del sapere che incorpora richiedono all'insegnante che si voglia cimentare nel suo utilizzo una specifica formazione metodologica. Non è sufficiente consegnare Bee-bot a un gruppo di bambini per generare la conoscenza matematico-informatica potenzialmente insita nel suo impiego strumentale. Per tradurre in atto il potenziale semiotico dell'artefatto è necessario un insegnante che, attraverso opportune consegne e una consapevole regia delle *tracce* o *segni situati* prodotti da un particolare gruppo di bambini, ne favorisca il passaggio verso *segni* o *testi matematici* utili all'acquisizione del sapere in questione. In assenza di una specifica formazione metodologica dell'insegnante, il maggior risultato ottenibile da parte degli allievi si arresta all'apprendimento del

¹⁷ Cfr. Wartofsky M. (1979), *Perception, representation and the forms of action: towards an historical epistemology*, in "Models. Representation and the Scientific Understanding", D. Reidel Publishing Company, pp.188-209, in: Bartolini Bussi M.G. e Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

corretto funzionamento di Bee-bot, avulso dalla possibilità di padroneggiare, mediante il suo utilizzo, conoscenze che trascendono l'artefatto.

Sulla falsariga di quel che si richiede di fare ai bambini dopo una prima esperienza di esplorazione dell'artefatto, cercherò di fornire una dettagliata descrizione di Bee-bot per analizzarne successivamente il potenziale semiotico. A tal fine mi servirò di domande-guida simili alle consegne che l'insegnante può presentare ai bambini nell'ambito di un'attività laboratoriale di tipo matematico mediata dall'uso di artefatti. Mi sento tuttavia di avvertire che i confini tra l'esame della struttura fisica del robottino e l'analisi delle sue potenzialità semiotiche non sono sempre così netti, perché spesso è proprio nella forma di un componente o nella descrizione di una funzione che si rivela il senso dello strumento.

1. 1. 2. 1. Che cos'è Bee-bot? Pensiero narrativo e pensiero paradigmatico

Bee-bot è un piccolo giocattolo programmabile, molto robusto e facile da usare, quindi adatto anche ai bambini di scuola dell'infanzia. Queste caratteristiche, unite all'agevole reperibilità sul mercato, ne hanno favorito l'adozione da parte del mondo della scuola, perlomeno laddove si siano manifestati sensibilità e interesse verso le nuove tecnologie e la robotica educativa.

A prima vista Bee-bot sembra un'ape, ma poiché non ha le ali e si muove a terra su due ruote, qualche dubbio sulla sua identità può venire! In ogni caso il nome assegnato dal produttore all'artefatto e il dorso a strisce gialle e nere fanno pensare al laborioso insetto.

Se l'indagine circa la sua identità non è di primaria importanza per la mediazione di significati matematici, va comunque riconosciuto il rilievo che assume per i bambini. L'immedesimazione nell'artefatto, veicolo delle conoscenze che l'insegnante si propone di raggiungere, è infatti favorita da un approccio di tipo narrativo, in grado di coinvolgere il bambino sia dal punto di vista emotivo che cognitivo. L'impossibilità e l'inutilità di separare la sfera emotiva da quella cognitiva, le cosiddette *cognizioni calde* da quelle *fredde*, mette in rilievo la centralità della **narrazione** che consente di organizzare l'esperienza e di rappresentare gli eventi trasformandoli in oggetti di analisi e di riflessione.

Il riferimento a **Jerome Bruner**, e all'opposizione/complementarietà di ***pensiero narrativo*** e ***paradigmatico***, è d'obbligo¹⁸. Il primo, attraverso il linguaggio, permette la trasmissione delle credenze e dei valori della cultura che il secondo razionalizza e formalizza. Poiché il *pensiero narrativo* precede e fonda quello *paradigmatico*, che l'insegnamento della matematica e delle scienze si pongono come obiettivo, è impensabile un qualsiasi tipo di apprendimento che ignori il

¹⁸ Jerome Bruner, *La mente a più dimensioni*, Laterza, Roma-Bari, 1993; Jerome Bruner, *La cultura dell'educazione*, Feltrinelli, Milano, 2001; di quest'ultimo si veda in particolare il capitolo 6, *Le narrazioni della scienza*, pp.129-143.

potere della narratività. Mentre il pensiero narrativo, e la modalità comunicativa che ne deriva, sono fortemente ancorati al contesto, e quindi emotivamente carichi, il pensiero e la comunicazione paradigmatici sono sganciati dalle contingenze contestuali; va comunque rilevato come alla base della decontestualizzazione tipica del pensiero e del linguaggio scientifici, ci sia la ricchezza contestuale delle storie che il pensiero narrativo si sforza di ricordare e raccontare.

Hans Fuchs¹⁹ sostiene che, non potendo ricordare nei dettagli tutte le storie tramandate dalla tradizione culturale, risulta utile affidarsi allo schema delle storie o *story schema* che, oltre a permetterci di ricordare, ci può aiutare a prevedere. Lo *story schema* costituisce il modello di base della storia, la sua cornice affettiva, entro la quale si situa il *character schema* o schema del personaggio, legato agli aspetti più specificamente scientifici. Lo *story schema* potrebbe corrispondere al bruneriano *pensiero narrativo*, così come il *character schema* si potrebbe ricondurre al *pensiero paradigmatico*. Partendo da storie dove prevale la narratività, e quindi il coinvolgimento emotivo, si può giungere progressivamente alla paradigmaticità tipica della scienza, che implica una presa di distanza e una maggior formalità.

I. 1. 2. 2. Come è fatto e come funziona Bee-bot? Descrizione dell'artefatto

Visto frontalmente Bee-bot presenta un simpatico musetto sorridente con due grandi occhi che lo rendono particolarmente amichevole. Bartolini Bussi rintraccia nell'espressione di Bee-bot una certa somiglianza con gli smiley, che potrebbero ricordare ai bambini faccine già note²⁰. La forma tondeggiante e le dimensioni contenute (misura circa 12 x 9 centimetri) ne facilitano la presa e la manipolazione da parte dei bambini.

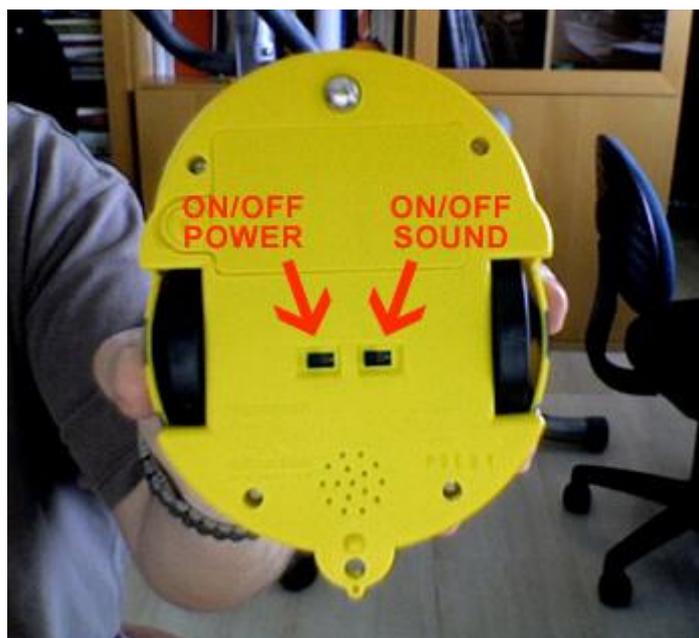
Alla sua base, di forma ellittica, compaiono due interruttori: POWER aziona il movimento e il lampeggiamento d'occhi che l'accompagna; SOUND regola la produzione di suoni al termine di una sequenza di movimenti.

Nella base sono inserite due ruote, una al margine sinistro e l'altra al destro dell'asse minore dell'ellisse; sull'asse maggiore, anteriormente, è posta una sferetta d'acciaio rotante che, senza creare troppo attrito, impedisce a Bee-bot di oscillare avanti e indietro mantenendolo orizzontale sulle due

¹⁹ Le considerazioni che seguono sono desunte dal seminario tenuto dal professor Hans U. Fuchs (Zurich Univ. of Applied Sciences at Winterthur, CH) durante il convegno intitolato *Innovazione nella didattica delle scienze nella scuola primaria: al crocevia fra discipline scientifiche e umanistiche*, tenutosi a Modena e Reggio Emilia il 12-13 novembre 2010.

²⁰ Bartolini Bussi M.G. (2011), *Artefatti e segni nell'insegnamento-apprendimento della matematica: i primi anni*, in: D'amore B., Sbaragli S. (2011), *Un quarto di secolo al servizio della didattica della matematica*, Bologna, Pitagora Editrice, raccolta degli Atti del Convegno "Incontri con la Matematica" n.25 (Castel San Pietro Terme, novembre 2011).

ruote²¹. È inoltre visibile sul fondo, e anche da dietro, un attacco forato al quale si possono agganciare elementi trainabili e forse inserire una punta scrivente; questo particolare, insieme ai tratti che caratterizzano il musetto dell'ape, rimandano al piano narrativo e alla possibilità di inventare storie con Bee-bot nel ruolo di protagonista. Lo stesso attacco, in aggiunta alle ruote su cui si muove, scoraggia però l'identificazione di Bee-bot come ape a favore di quella che lo interpreta come mezzo di trasporto²².



Tornando alla descrizione dell'artefatto, sul dorso a cupola dell'ape sono presenti sette tasti funzione di forme e colori differenti che compongono la tastiera di Bee-bot. Quattro di questi tasti, di forma ovale e colore arancione, sono contrassegnati da frecce diversamente orientate che rappresentano i comandi base per farlo muovere nello spazio: *avanti*, *indietro*, *sinistra* e *destra*. Il loro posizionamento corrisponde alle quattro fondamentali direzioni in modo da agevolare una programmazione intuitiva e corpositonica dell'artefatto, indipendente da conoscenze formalizzate relative alla percezione e rappresentazione spaziale.

²¹ Già la forma ellittica e il riferimento alla geometria euclidea, per cui servono almeno tre punti non allineati per individuare un piano, aprono diverse possibilità dal punto di vista didattico con bambini anche più grandi.

²² Durante l'esperienza di tirocinio che presenterò nel secondo capitolo, una bambina ha risolto il problema definendo Bee-bot "una macchinina con il muso d'ape"!



I tasti-freccia *avanti* e *indietro* fanno avanzare e indietreggiare Bee-bot in linea retta di 15 centimetri; i tasti-freccia *destra* e *sinistra* lo fanno ruotare intorno a un asse verticale, rispettivamente in senso orario e antiorario, di 90 gradi. La lunghezza del passo, come pure l'ampiezza dell'angolo di rotazione, sono misure fisse e abbastanza precise²³.

Al centro della schiena di Bee-bot si nota il tasto verde di forma rotonda GO; nonostante la scritta inglese, anche i bambini italiani lo individuano da subito come l'attivatore di ogni funzione concessa al piccolo robot.

Posizionati verso il fondo della schiena, in prossimità del tasto-freccia *indietro*, compaiono due tasti blu la cui forma allungata contiene le scritte CLEAR, a sinistra, e PAUSE, a destra. Il primo serve a cancellare una programmazione, il secondo a inserire una pausa nella stessa per fermare momentaneamente l'avanzamento dell'ape.

Bee-bot è in grado di memorizzare fino a un massimo di 40 comandi consecutivi e, una volta attivato con il tasto GO, effettua percorsi in base agli input registrati. La programmazione del robot avviene semplicemente premendo i tasti monofunzionali di cui è provvisto; poiché non è necessario

²³ Rispetto a Bee-bot, la Tartaruga di *MicroMondi* permette di quantificare la misura dei suoi avanzamenti e indietreggiamenti apponendo il numero desiderato alle istruzioni corrispondenti AV/IN; poiché l'unità di misura è il pixel, conviene utilizzare moduli di circa 50 pixel per visualizzare bene i movimenti sullo schermo. In modo analogo si può scegliere la misura dell'ampiezza dell'angolo di rotazione, espressa in gradi, specificandone il numero dopo i comandi destra/DE e sinistra/SI.

imparare il funzionamento di hardware e/o software connessi al gioco, esso risulta accessibile non solo ai bambini più piccoli, ma anche ai bambini diversamente abili²⁴.

1. 1. 2. 3. Cosa può fare Bee-bot? In che modo e perché? Potenziale semiotico dell'artefatto

Queste domande ci traghettano verso l'analisi del potenziale semiotico dell'artefatto. Va chiarito a priori che un esame esaustivo dei possibili segni generati dall'uso strumentale di Bee-bot (come di qualsiasi altro artefatto) è praticamente impossibile. Questi risultano infatti infiniti, perché scaturiscono dall'interazione con l'artefatto che dipende, a sua volta, dalle differenti condizioni contestuali, oltre che dalle diverse conoscenze e modalità d'apprendimento dei soggetti interagenti. Facendo riferimento ai vari elementi del *sapere in gioco*, si possono però prevedere i possibili schemi d'uso dell'artefatto, i modi attraverso i quali può svolgere la sua funzione di mediazione semiotica e culturale.

La più recente normativa che indirizza l'attività educativa nella scuola dell'infanzia risulta meno ricca e articolata rispetto al *Decreto Ministeriale 3 giugno 1991*²⁵, a causa dell'accorpamento in un unico campo di esperienza (*La conoscenza del mondo*) dei due precedentemente individuati relativi all'ambito matematico e scientifico; seguirò quindi le linee-guida degli *Orientamenti* del 1991 per analizzare le potenzialità semiotiche di Bee-bot²⁶.

In essi, nel campo di esperienza *Lo spazio, l'ordine, la misura*, si legge:

La scuola materna svolge la sua azione in due fondamentali direzioni:

- **raggruppare, ordinare, contare, misurare**: ricorsi a modi più o meno sistematici di confrontare e ordinare, in rapporto a diverse proprietà, grandezze ed eventi; uso di oggetti o sequenze o simboli per la registrazione; impiego diretto di alcuni semplici strumenti di misura; quantificazioni, numerazioni, confronti;

- **localizzare**: ricorso a modi, spontanei o guidati, di esplorare il proprio ambiente, viverlo, percorrerlo, occuparlo, osservarlo, rappresentarlo; ricorso a parole, costruzioni, modelli, schemi, disegni; costruzione di sistemi di riferimenti che aiutano il bambino a guardare la realtà da più punti di vista, coordinandoli gradualmente fra loro.

È anche opportuno sviluppare la capacità di **porre in relazione**, come: formulare previsioni e prime ipotesi; individuare, costruire ed utilizzare relazioni e classificazioni; costruire

²⁴ Battezzatore P. (2009), *Bee-bot, fare robotica con un giocattolo programmabile a banalità limitata*, in "Didamatematica 2009", Atti del convegno; disponibile on line: <http://services.economia.unitn.it/didamatematica2009/Atti/lavori/battezzatore.pdf>.

²⁵ Decreto Ministeriale 3 giugno 1991, *Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali*, disponibile on line: http://www.edscuola.it/archivio/didattica/orienta_91.html.

²⁶ Per una valutazione critica della normativa in materia rimando a: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., pp.12-30. Quando parlo di normativa recente mi riferisco alle *Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali* (Moratti, 2004) e alle *Indicazioni per il curricolo* (Fioroni, 2007), nonché alle attuali *Indicazioni nazionali per il curricolo* (Profumo, 2012).

corrispondenze e rapporti di complementazione, unione, intersezione ed inclusioni tra classi; riconoscere invarianti; utilizzare strumenti di rappresentazione; operare riflessioni e spiegazione su numeri, sistemi di riferimento, modalità di rappresentazione e così via.

A ciò si aggiunge l'opportunità di sviluppare le capacità di **progettare** e **inventare**, come: la creazione di progetti e forme, derivati dalla realtà o del tutto nuovi, di oggetti e spazi dell'ambiente; l'ideazione di storie; la realizzazione di giochi con regole più o meno formalizzate e condivise; le rappresentazioni spontanee o ricavate da quelle in uso e così via.

La prima direzione individuata negli *Orientamenti* definisce i **contenuti** del sapere aritmetico (**raggruppare, ordinare, contare, misurare**), la seconda quelli del sapere geometrico (**localizzare**). Le ulteriori capacità menzionate (**porre in relazione, progettare, inventare**) definiscono invece “**atteggiamenti** che favoriscono l'uso degli strumenti della matematica per interpretare criticamente la realtà e intervenire su di essa”²⁷.

Nelle vigenti *Indicazioni nazionali per il curricolo*, in una sezione del campo d'esperienza *La conoscenza del mondo* intitolato *Numero e spazio*, vengono riconosciuti in particolare contenuti aritmetici legati al **contare**, al **misurare** e all'**operare con i numeri**, con un accenno alle prime capacità di rappresentazione simbolica.

La familiarità con i numeri può nascere a partire da quelli che si usano nella vita di ogni giorno; poi, ragionando sulle quantità e sulla numerosità di oggetti diversi, i bambini costruiscono le prime fondamentali competenze sul contare oggetti o eventi, accompagnandole con i gesti dell'indicare, del togliere e dell'aggiungere. Si avviano così alla conoscenza del numero e della struttura delle prime operazioni, suddividono in parti i materiali e realizzano elementari attività di misura. Gradualmente, avviando i primi processi di astrazione, imparano a rappresentare con simboli semplici i risultati delle loro esperienze.²⁸

In relazione ai contenuti geometrici, così si esprimono le *Indicazioni* del 2012:

Muovendosi nello spazio, i bambini scelgono ed eseguono i percorsi più idonei per raggiungere una meta prefissata scoprendo concetti geometrici come quelli di direzione e di angolo. Sanno descrivere le forme di oggetti tridimensionali, riconoscendo le forme geometriche e individuandone le proprietà (ad esempio, riconoscendo nel “quadrato” una proprietà dell'oggetto e non l'oggetto stesso).²⁹

I. 1. 3. Sapere aritmetico

In relazione ai contenuti del sapere aritmetico, l'utilizzo di Bee-bot si rivela utile nell'acquisizione e nel consolidamento del concetto di numero. Si sa che i bambini possiedono in modo spontaneo l'idea di numero e dei differenti aspetti che lo caratterizzano (ricorsivo, cardinale,

²⁷ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p.9.

²⁸ *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, Roma, 2012, p.22; disponibile on line: http://hubmiur.pubblica.istruzione.it/web/istruzione/prot5559_12.

²⁹ Ibidem.

ordinale, di misura); essi inoltre adoperano i numeri-codice in maniera piuttosto corretta nelle diverse situazioni sulla base dell'esperienza quotidiana e degli stimoli forniti dall'ambiente.

Grazie a Bee-bot è possibile approfondire la conoscenza del concetto di numero nei suoi vari aspetti, ricollegandosi in tal modo ai contenuti del sapere aritmetico individuati negli *Orientamenti*: **contare** come abilità relativa all'aspetto ricorsivo, **misurare** come abilità fondamentale nell'approccio attraverso la misura, **raggruppare** e **ordinare** come abilità collegate agli aspetti cardinale e ordinale.

L'**aspetto ricorsivo**, legato all'uso dei numeri naturali per contare, appare evidente: posso infatti contare i movimenti di Bee-bot o le istruzioni che gli vengono impartite affinché li compia. La trascrizione dei movimenti di Bee-bot rappresenta un'utile strategia al fine di rendere meno effimeri i passi e le rotazioni dell'ape nello spazio e di agevolarne quindi il conteggio; per quanto riguarda la conta delle istruzioni, la recita della "filastrocca dei numeri" si può invece avvalere del concreto supporto dato dalla pressione sui tasti funzione durante la digitazione dei comandi, oltre che della registrazione scritta degli stessi.

Già Gelman e Gallistel, in *The child's understanding of number* del 1978, analizzando la genesi del concetto di numero e l'evoluzione del processo del contare nel bambino, avevano evidenziato l'importanza della funzione dei gesti. Riferendosi al primo dei cinque principi individuati da questi autori³⁰, il *principio di iniettività*, sono stati condotti gli studi pubblicati nel 1999 da Alibali-Di Russo e Graham che, inserendosi nel filone di ricerche della *embodied*

³⁰ I cinque principi che governano e definiscono il processo del contare individuati da Gelman e Gallistel sono:

1. Il *PRINCIPIO di INIETTIVITA'* consiste nell'attribuire ad ogni oggetto di uno schieramento un'etichetta diversa in modo che ogni etichetta venga usata una sola volta e per indicare un solo oggetto. Questo principio richiede di coordinare due differenti processi: quello di *ripartizione*, per distinguere gli oggetti "già contati" da quelli ancora "da contare", e quello di *etichettamento*, che impone di trovare per ogni elemento contato una diversa etichetta. Al fine di iniziare e completare insieme questi due processi, il bambino può servirsi di svariate strategie, fra le quali quelle di indicare, toccare o spostare ogni oggetto mentre viene contato, sembrano ridurre il rischio di cadere negli errori più frequenti: saltare o contare più volte un oggetto, utilizzare più volte la stessa etichetta, non coordinare correttamente i due processi.
2. Il *PRINCIPIO dell'ORDINE STABILE* prevede che le etichette utilizzate per indicare gli oggetti di uno schieramento vengano scelte in un ordine stabile, fisso, cioè ripetibile.
3. Il *PRINCIPIO di CARDINALITA'* afferma che l'etichetta finale della serie rappresenta il numero cardinale, ovvero il numero degli oggetti dell'insieme considerato. Dal punto di vista evolutivo questo principio si sviluppa più tardi nel bambino e presuppone i due precedenti; la pronuncia enfatica o preceduta da una pausa significativa dell'ultimo numero può indicare l'acquisizione dell'aspetto cardinale del numero.
4. Il *PRINCIPIO di ATRAZIONE* riguarda il campo di applicazione dei primi tre principi su come contare (*how-to-count principles*). Gli adulti sanno che si può contare qualsiasi collezione di entità, compresi gli insiemi di oggetti eterogenei e solo pensati, ma i bambini mostrano differenti gradi di astrazione nel considerare "cosa" è contabile a seconda dell'età e delle esperienze.
5. Il *PRINCIPIO di IRRILEVANZA dell'ORDINE* riguarda il fatto che la maggior parte del processo del contare è arbitraria, per cui non importa quale etichetta riceva un oggetto dello schieramento considerato. Per dominare quest'ultimo principio il bambino deve comprendere che il numero non costituisce una caratteristica definitiva dell'oggetto, ma un indicatore arbitrario e temporaneo, che peraltro non incide sulla cardinalità dell'insieme.

cognition, interpretano il gesto come un “facilitatore cognitivo”³¹. Le ricercatrici americane dimostrano come il gesto di toccare o indicare faciliti l’accuratezza del conteggio, in quanto fornisce “un supporto esterno per rappresentare alcuni dei contenuti della memoria di lavoro, liberando così risorse per compiti più complessi”³².

L’osservazione della corrispondenza biunivoca tra il numero di istruzioni impartite attraverso la digitazione dei tasti-freccia arancioni e il numero di movimenti compiuti da Bee-bot rimanda all’**aspetto cardinale** dei numeri naturali. Nell’insieme delle “mosse di Bee-Bot” si possono distinguere i sottoinsiemi “passi” e “rotazioni” e, in questi ultimi, suddividere i passi avanti da quelli indietro e le rotazioni a destra da quelle a sinistra per confrontare la numerosità dei raggruppamenti così ottenuti. In modo analogo si può operare sui tasti-freccia, verificando poi l’equipotenza tra i sottoinsiemi delle “mosse” e quelli dei “tasti” corrispondenti. Anche in questo caso conviene servirsi di una trascrizione, o programma, come base concreta su cui effettuare le operazioni di confronto numerico.

L’esatta sequenza dei diversi comandi utilizzati al fine di realizzare un particolare percorso si ricollega invece all’**aspetto ordinale**. Vedremo in seguito come la relazione d’ordine che regola il rapporto tra le singole istruzioni costituisca il fondamentale presupposto della programmazione e dell’eventuale codifica o rappresentazione che ne deriva.

Secondo Piaget la formazione del concetto di numero nel bambino dipende da due condizioni preliminari: la conservazione dell’insieme e l’ordinamento dei suoi elementi. Queste condizioni, che si ricollegano agli aspetti di cardinalità e ordinalità del numero naturale, vengono conquistate dal bambino intorno ai 6-7 anni, quando la reversibilità di pensiero gli consente di pensare simultaneamente al tutto e a una sua parte³³. In realtà gli studi sul *subitizing*, ovvero sulla capacità di cogliere direttamente, senza bisogno di contare, la numerosità di piccole collezioni di oggetti³⁴, dimostrano come i bambini, già da piccolissimi, siano sensibili ad alcuni fatti numerici che riguardano sia la capacità di stabilire relazioni che di operare con i numeri. La scuola dell’infanzia, consapevole di ciò, è chiamata a promuovere l’apprendimento in continuità con le precedenti esperienze maturate dal bambino nel contesto familiare e con quelle future che esperirà nei successivi ordini e gradi scolastici.

³¹ Si veda: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., paragrafo 2.2, *La funzione dei gesti quando si impara a contare*, pp.58-69.

³² Ibidem, p.66.

³³ La teorizzazione piagetiana, corredata da tutta una serie di esperimenti sui problemi di conservazione e ordinamento (sulla cui validità universale sono state avanzate riserve; si veda: Donaldson M. (2010), *Come ragionano i bambini*, Milano, Springer), ha comportato l’adesione a un approccio didattico basato sull’insiemistica che ha imperato nella scuola elementare tra gli anni ’60 e ’70.

³⁴ Gli studi sul *subitizing* sono sostenuti tra l’altro dall’ipotesi del neuroscienziato francese Stanislas Dehaene, secondo cui gli esseri umani sono provvisti di un “senso matematico” che permette loro di registrare in modo approssimativo differenze tra grandezze numeriche. Per approfondimenti si veda: Dehaene S. (1997), *Il pallino della matematica*, trad. it. Milano, Mondadori, 2000.

Le particolari caratteristiche del passo di Bee-bot (invariabilità e precisione) lo rendono uno strumento particolarmente adatto per effettuare misurazioni di grandezze lineari. Il passo dell'ape può infatti fungere da *unità di misura* per rilevare le dimensioni di oggetti o spazi significativi per i bambini, favorendo l'**approccio al numero attraverso la misura**.

Il risultato di una misurazione con Bee-bot corrisponde alla quantità di passi effettuati dall'ape per percorrere una superficie e si esprime per mezzo di un numero dimensionato, cioè accompagnato dall'indicazione dell'unità di misura adottata, nella fattispecie il passo di Bee-bot. Poiché non si misura un oggetto, ma una sua proprietà, un primo problema consisterà nel riconoscimento delle proprietà che si prestano a essere misurate attraverso il passo di Bee-bot. In secondo luogo, il procedimento di misurazione diretta consentito dallo strumento permette di determinare la misura per difetto della grandezza considerata, data dal massimo numero di unità in essa contenute, ma crea notevoli problemi in caso di mancato esaurimento della grandezza in questione. Il ricorso a sottomultipli del passo di Bee-bot risulta infatti impraticabile nel contesto della scuola dell'infanzia. Tuttavia il problema sollevato genera, anche nei bambini di scuola dell'infanzia, l'intuizione dell'esistenza di quantità continue e apre, in prospettiva, l'idea di un approccio ai numeri razionali.

L'approccio al numero attraverso la misura permette di passare in modo naturale e progressivo dalla conoscenza dei **numeri naturali**, adatti a contare, e quindi misurare **quantità discrete**, alla conoscenza dei **numeri razionali**, idonei a misurare **quantità continue**.

Se il passo di Bee-bot costituisce un utile strumento di misurazione, è anche vero che lo stesso passo si presta, a sua volta, a essere misurato per mezzo di strumenti più o meno convenzionali. Si possono in tal modo confrontare procedimenti di **misurazione diretta**, mediante l'uso di campioni da allineare o spostare sul segmento individuato dal passo dell'ape (ex. con i regoli i bambini si rendono conto che solo quelli bianchi, verdi chiari o gialli, misurando rispettivamente 1, 3 e 5 centimetri, possono misurare il passo dell'ape esaurandone la lunghezza; al contempo comprendono che al variare dell'unità di misura cambia anche, in modo inversamente proporzionale, il risultato della misurazione), e procedimenti di **misurazione indiretta**, grazie al ricorso a strumenti di misura di uso comune (ex. righelli, metri avvolgibili, metri da sarta o da muratore...).

Il potenziale semiotico di Bee-bot in ambito aritmetico non si esaurisce alla formazione del concetto di numero, ma si estende alla facoltà di **operare con i numeri**³⁵. Attraverso una "rete di artefatti", che comprende anche Bee-bot, è infatti possibile esercitarsi nell'esecuzione di semplici

³⁵ Battezzare P. (2009), *Bee-bot, fare robotica con un giocattolo programmabile a banalità limitata* cit.

operazioni di addizione e sottrazione e imparare le “tabelline” in maniera alternativa, cioè cogliendo il processo che regola la moltiplicazione, anziché imparare i suoi prodotti numerici a memoria.

Utilizzando contemporaneamente Bee-bot e una *linea dei numeri* costruita ad arte (ovvero con una tacca numerata o una cella quadrata ogni 15 centimetri, corrispondenti alla misura del passo del robottino) si può programmare l’ape affinché proceda di un X numero di passi e verificare sulla linea dei numeri il suo progressivo avanzamento a ogni pressione del tasto GO.

Due diverse programmazioni di passi in avanti possono essere sommate sulla stessa linea numerata; un programma di passi in avanti seguito da un altro di passi all’indietro può introdurre la sottrazione (non limitando peraltro l’operazione ai soli numeri positivi). Si possono anche utilizzare due Bee-bot programmati per avanzare sulla linea di un diverso numero di passi in modo da effettuare confronti che introducono all’idea di sottrazione come differenza.

Questi sono solo alcuni esempi di possibili consegne da svolgere con l’artefatto, sicuramente più adeguate ai bambini della scuola primaria che dell’infanzia. In quest’ultimo contesto il potenziale semiotico di Bee-bot, in accordo con le citate indicazioni ministeriali, riguarda soprattutto le abilità di raggruppamento, ordinamento, conteggio e misurazione, riconducibili ad altrettanti aspetti del concetto di numero. Poiché questo concetto sta alla base di ogni ulteriore conoscenza matematica, la sua acquisizione costituisce un inevitabile punto di partenza per i bambini di scuola dell’infanzia che non preclude tuttavia più complesse esperienze conoscitive.

I. 1. 4. Sapere geometrico

La seconda fondamentale direzione dell’azione svolta dalla scuola dell’infanzia, espressa negli *Orientamenti* del 1991 nel campo di esperienza *Lo spazio, l’ordine, la misura*, consiste nel **localizzare**, inteso come un’attività per esplorare l’ambiente spaziale, rappresentarlo e concettualizzarlo per mezzo di diversi linguaggi (verbale, grafico, plastico...).

Il primo approccio con Bee-bot genera la sensazione che si tratti proprio di un oggetto utile nell’esplorazione dello spazio. La fondamentale potenzialità dell’artefatto di **visualizzare percorsi spaziali** rinvia sia a contenuti geometrici che tecnologico-informatici. La distinzione dei saperi in gioco, pur essendo funzionale a un’esposizione ordinata e ragionata dei possibili utilizzi dell’artefatto, esula dalla realtà nella quale spesso un unico schema rimanda a conoscenze formalizzate da differenti discipline (più o meno affini), così come diverse modalità d’utilizzo possono essere ricondotte a uno stesso campo del sapere.

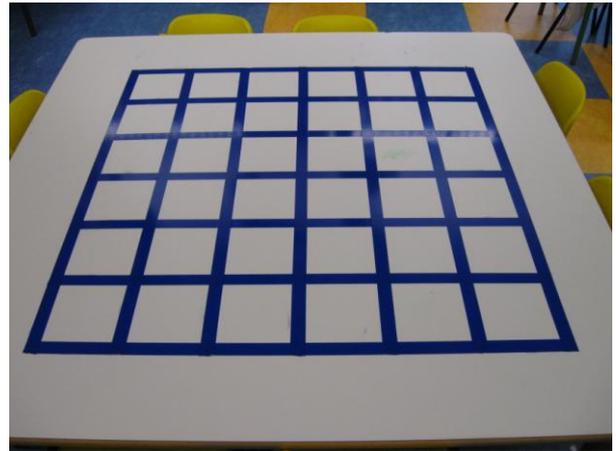
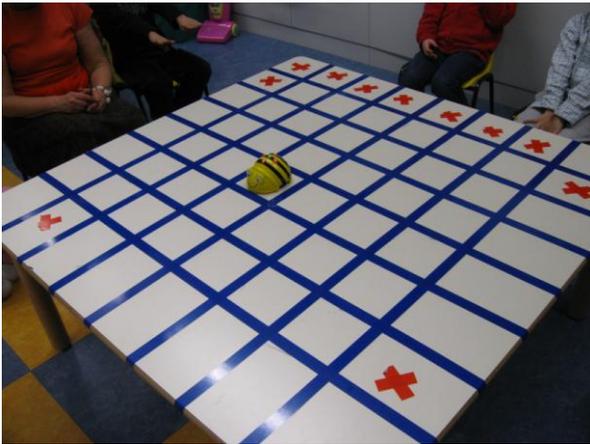
Mentre l'ape si muove seguendo le istruzioni che le vengono impartite, essa descrive gli itinerari di pensiero di chi l'ha programmata, nell'ordine preciso in cui si susseguono. I bambini, dopo aver ripetutamente verificato la corrispondenza tra comandi digitati e mosse del robot, generalmente propongono di costruire ambienti (strade, case, scuole, giardini...) all'interno dei quali il movimento di Bee-bot acquisti un senso. Il bisogno di definire un contesto narrativo significativo si accompagna alla costruzione di *segni situati* che, sotto l'abile regia dell'insegnante, possono condurre a più paradigmatiche conoscenze.

Ecco dunque che il movimento di Bee-bot si può articolare su **monorotaie** o **griglie** che lo rendono ancor più concreto e inducono a rappresentarlo e codificarlo. Nella realizzazione di supporti geometrici per il movimento di Bee-bot, i bambini confrontano idee e punti di vista, conoscono e imparano a utilizzare strumenti di misura e da disegno, comprendono ulteriori caratteristiche dell'artefatto.

Ad esempio, per far sì che Bee-bot si mantenga aderente alla monorotaia tracciata su un foglio o sul pavimento, è necessario individuare una sorta di "ombelico" dell'ape. I movimenti rotatori di Bee-bot avvengono, infatti, intorno all'asse che passa perpendicolarmente per il centro dell'ellisse che ne costituisce la "pancia". Naturalmente non si pretende di insegnare concetti geometrici così complicati a bambini di scuola dell'infanzia, ma lo scrupolo e la cura nel posizionare il robot sulla monorotaia diverranno azioni progressivamente più consapevoli per questi bambini e spianeranno loro la strada per ulteriori conoscenze future. In modo analogo, i bambini sono chiamati a studiare le caratteristiche dei passi e delle rotazioni dell'ape per costruire una griglia quadrettata che le consenta di spostarsi rispettando i riquadri disegnati.

La programmazione di percorsi e la necessità di rappresentarli per mezzo di differenti sistemi semiotici, al fine di concettualizzarli e comunicarli ad altri (i compagni, l'insegnante, i genitori...), porta i bambini a confrontarsi col concetto di **sistema di riferimento** e col problema del **coordinamento dei punti di vista**.

In tal senso una griglia composta da quadrati di 15 centimetri per lato si rivela un utile strumento di lavoro. In essa Bee-bot può muoversi sia seguendo le righe della quadrettatura (come se fosse su una monorotaia), che all'interno dei riquadri individuati dalle stesse righe (come se circolasse su una strada). In ogni caso, a seconda della posizione dell'osservatore, uno stesso percorso potrebbe essere letto e interpretato in maniera differente, addirittura opposta, se non intervenisse il fattore identificativo che impone di considerare l'orientamento di Bee-bot rispetto all'osservatore.



La consapevolezza dell'esistenza di diversi punti di vista e l'adozione di un sistema di riferimenti condivisi che ne permetta il graduale coordinamento agevola la **rappresentazione** e **concettualizzazione** delle competenze spaziali acquisite tramite l'**esplorazione**.

La griglia quadrettata diviene una sorta di mondo di Bee-bot che permette al bambino di costruire il suo personale "micromondo matematico". Qui si possono costruire e risolvere problemi geometrici difficilmente concepibili per il bambino al di fuori del contesto offerto dall'interazione con Bee-bot. Ci si può chiedere, ad esempio, come Bee-bot, partendo da un punto A con un certo orientamento, possa raggiungere il punto B con il minor numero di mosse; se il percorso individuato sia l'unico o ne esistano altri; quale sia il minor numero di mosse per fargli percorrere una traiettoria chiusa...

L'esplorazione dei percorsi tracciati da Bee-bot stimola nei bambini il confronto tra le diverse forme delle traiettorie e tra queste e i comandi utilizzati per realizzarle. I bambini imparano a riconoscere e distinguere percorsi che si articolano su **traiettorie aperte**, che conducono l'ape da un punto a un altro, diverso da quello di partenza, e percorsi che, seguendo **traiettorie chiuse**, riportano l'insetto al punto di partenza, magari con un diverso orientamento.

La scoperta di regolarità nella forma delle traiettorie disegnate da Bee-bot sulla griglia può essere registrata, codificata e formalizzata favorendo un progressivo avvicinamento alle teorizzazioni del *sapere in gioco*. Ad esempio, l'osservazione di traiettorie aperte può portare al riconoscimento di scale ascendenti o discendenti, motivi geometrici ornamentali tipo greche, spirali quadrate³⁶ che richiedono programmazioni caratterizzate da alcune costanti.

Nel caso di traiettorie chiuse emerge il concetto geometrico di poligono e la distinzione tra **poligoni concavi** e **convessi**. Il bambino scopre che per far eseguire a Bee-bot una traiettoria

³⁶ Papert riconosce nella spirale un esempio di *grandezza variabile*; nel linguaggio LOGO il concetto matematico di variabile può essere reso mediante l'*iterazione*, una strategia che permette di ottenere un processo senza fine. La spirale come *grandezza variabile*, al pari del cerchio come *equazione differenziale*, sono intuizioni che possono scaturire nell'ambito della geometria della Tartaruga dov'è fondamentale saper cogliere relazioni. Cfr. Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit., pp.74-85.

poligonale convessa posso usare solo un tipo di rotazione; se nella programmazione di un percorso su traiettoria chiusa sono presenti (variamente alternate a uno o più comandi avanti) sia rotazioni a destra che a sinistra, non posso che ottenere una forma poligonale concava. Infatti, se nel disegnare un poligono procedo in senso orario, gli angoli individuati dalle rotazioni a destra misurano 90 gradi, mentre quelli individuati dalle rotazioni a sinistra ne misurano 270; viceversa se procedo in senso antiorario la rotazione a sinistra corrisponde ad angoli di 90 gradi e quella a destra di 270. Visto che l'ampiezza dell'angolo di rotazione di Bee-bot è fissa e misura 90 gradi, gli unici poligoni convessi che l'ape può descrivere con i suoi movimenti nello spazio sono **rettangoli**. Questo offre la possibilità di indagare le proprietà dei rettangoli e di riconoscere il **quadrato** (poligono regolare) come un caso particolare di rettangolo, concetto di non immediata acquisizione per i bambini.

Dall'esplorazione dei percorsi di Bee-bot emergono spunti per svariate attività di **rappresentazione dello spazio**. Queste si possono sviluppare attraverso differenti modalità, sostanzialmente riconducibili alle tre forme rappresentative individuate e teorizzate da **Bruner**³⁷:

- la modalità **attiva** si avvale dell'azione motoria, della concreta esecuzione/riproduzione dei movimenti di Bee-bot nello spazio (attività di questo tipo si rivelano particolarmente utili per l'affinamento dell'*orientamento spaziale* e l'acquisizione della *lateralizzazione*);
- la modalità **iconica** sfrutta il potere delle immagini, traducendo in forma analogica la traiettoria disegnata dai movimenti dell'ape (il disegno infantile, anche nel campo delle abilità spaziali, non va inteso come un semplice *strumento diagnostico* nello studio dello sviluppo, ma, in prospettiva vygotskiana, assume un *ruolo funzionale* nello sviluppo complessivo del bambino³⁸);
- la modalità **simbolica** affida a un sistema di segni altamente sintetico l'ordinata rappresentazione spaziale degli stessi movimenti (l'elaborazione di codici condivisi evidenzia gli aspetti di *arbitrarietà* e *convenzionalità* che caratterizzano ogni tipo di linguaggio).

Bruner interpreta queste tre forme rappresentative come “strumenti amplificatori” delle capacità motorie, sensoriali e riflessive, fondamentali nel processo costruttivo dello sviluppo cognitivo. Egli insiste sul fatto che tali forme non sono gerarchicamente ordinate e si mantengono attive per tutta la vita, costituendo sistemi paralleli che incidono in modo differente sulla realtà da rappresentare. Tuttavia, in relazione ai saperi formalizzati che la scuola si propone di trasmettere, la modalità di rappresentazione simbolica assume un particolare rilievo. In tal senso l'elaborazione di un **codice**, ovvero di una notazione convenzionale per descrivere i percorsi nello spazio effettuati da

³⁷ Per approfondimenti si veda: Bruner J. (1966), *Verso una teoria dell'istruzione*, trad it. Roma, Armando, 1982.

³⁸ Si veda in proposito il contributo della psicologa russa Anna Stetsenko riportato in: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., paragrafo 3.3, *La funzione psicologica del disegno infantile*, pp.148-160.

Bee-bot e il programma da cui dipendono, costituisce un chiaro esempio dell'evoluzione di *tracce* o *segni situati* (gesti, azioni, parole, disegni, schemi... e combinazioni degli stessi) verso *testi* o *segni matematici*.

Da quanto detto sinora emerge come gli atteggiamenti di **porre in relazione, progettare e inventare**, individuati negli *Orientamenti* del 1991, siano trasversali a entrambe le direzioni d'intervento della scuola dell'infanzia (i contenuti del sapere aritmetico e geometrico) in quanto riguardano gli usi e i valori sociali della matematica. A questo proposito è interessante notare come i contenuti e gli atteggiamenti proposti negli *Orientamenti* siano perfettamente in linea con le sei attività considerate da Alan Bishop fondamentali (universali e necessarie) per lo sviluppo delle competenze matematiche³⁹:

- **contare**, cioè usare modi sistematici per confrontare e ordinare quantità e fenomeni discreti;
- **localizzare**, ovvero esplorare, concettualizzare e simbolizzare l'ambiente spaziale;
- **misurare**, cioè quantificare e porre in relazione proprietà di fenomeni e quantità continue;
- **designing** per progettare e inventare forme e oggetti per “arredare” lo spazio ambiente;
- **giocare**, nel senso di concepire e affrontare giochi con regole;
- **spiegare** per dar conto dell'esistenza di diverse tipologie di fenomeni.

Ebbene, l'interazione con Bee-bot, condotta nell'ottica della *mediazione semiotica*, favorisce ed esercita tutte queste attività con accenti diversi a seconda del focus prescelto dall'insegnante come obiettivo dell'azione di insegnamento/apprendimento.

A questo punto, senza esaurire la disamina delle potenzialità semiotiche di Bee-bot legate all'ambito strettamente geometrico⁴⁰, passerei ad analizzare alcuni schemi d'uso che rimandano alle conoscenze tecnico-informatiche.

I. 1. 5. Sapere informatico

Nelle *Indicazioni nazionali per il curriculum* del 2012 mancano gli accorpamenti per aree disciplinari che caratterizzavano i precedenti riferimenti normativi⁴¹ e la **tecnologia** figura tra le dieci discipline per le quali si evidenziano *obiettivi di apprendimento e traguardi per lo sviluppo delle competenze* in relazione al primo ciclo di istruzione. Per quanto concerne in particolare il sapere informatico si afferma che:

³⁹ Bishop A.J. (1988), *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, in Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit.

⁴⁰ L'esperienza di tirocinio descritta nel secondo capitolo integra questa parte dell'analisi offrendo ulteriori esempi di schemi d'uso e possibili attività scaturite dall'interazione con l'artefatto.

⁴¹ *Indicazioni per il curriculum per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione*, Roma, 2007; disponibile on line: http://www.indire.it/indicazioni/templates/monitoraggio/dir_310707.pdf.

Quando possibile, gli alunni potranno essere introdotti ad alcuni linguaggi di programmazione particolarmente semplici e versatili che si prestano a sviluppare il gusto per l'ideazione e la realizzazione di progetti (siti web interattivi, esercizi, giochi, programmi di utilità) e per la comprensione del rapporto che c'è tra codice sorgente e risultato visibile.⁴²

La mancanza di analoghe indicazioni riferite alla scuola dell'infanzia, sembrerebbe negare tale possibilità ai bambini più piccoli, senza tener conto di quanto anch'essi abbiano continuamente a che fare con artefatti di tipo tecnologico, non ultimi i sempre più numerosi giochi programmabili. Sotto questo aspetto non ci aiutano neppure gli *Orientamenti* del 1991 che hanno costituito il nostro riferimento ministeriale relativamente al sapere matematico.

L'importanza della manipolazione e dell'azione diretta, anche in campo tecnologico-informatico, per sviluppare conoscenze progressivamente più astratte richiederebbe qualcosa in più dei rapidi accenni rintracciabili nei diversi campi di esperienza. Se è vero che i bambini “cercano di capire come sono fatti e come funzionano macchine e meccanismi che fanno parte della loro esperienza, cercando di capire anche quello che non si vede direttamente”⁴³, grande attenzione andrebbe riconosciuta, anche da parte dei legislatori, a questa naturale tendenza al fine di svilupparla e renderla via via più consapevole e produttiva.

Nonostante le nostre indicazioni ministeriali non contengano espliciti riferimenti a giocattoli programmabili, anche in Italia si sono sviluppate “buone pratiche” che interessano sia la scuola primaria che dell'infanzia. Tali prassi si avvalgono in genere di una didattica laboratoriale teorizzata ed esperita all'interno di corsi di formazione iniziale e in servizio rivolti ai docenti di matematica e scienze promossi da alcune sedi universitarie. Il gruppo di ricerca guidato da Maria Giuseppina Bartolini Bussi, attivo presso l'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, ha sviluppato programmi di formazione degli insegnanti di matematica che adottano il quadro di riferimento della *mediazione semiotica*, di cui parlerò esplicitamente nel prossimo capitolo.

Le tecnologie informatiche sono caratterizzate da **interattività** e **retroazione**. Il loro funzionamento dipende dai messaggi in entrata, e dunque dall'azione/comunicazione di chi se ne serve, ma al contempo esse esercitano un'influenza sull'esterno tramite l'espressione di messaggi di risposta in grado di condizionare la successiva azione/comunicazione del fruitore. In termini informatici il messaggio in entrata costituisce un **input**, mentre il messaggio in uscita o di risposta si dice **output**. Da quest'ultimo messaggio scaturisce l'effetto retroattivo o **feedback** che può confermare o meno l'azione intrapresa richiedendone la correzione (**debugging**).

⁴² *Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* cit., p.66.

⁴³ *Ibidem*, p.22.

Gli artefatti di tipo tradizionale spesso mancano di retroazione⁴⁴ e quindi richiedono un intervento esterno (che nel contesto scolastico di solito corrisponde all'azione dell'insegnante o di un compagno più competente) per attivare il processo di sistemazione della procedura inadeguata. La capacità di feedback costituisce una fondamentale proprietà delle tecnologie informatiche e Beebot, pur essendo un semplice prototipo fisico di natura tecnologica, ne è dotato in quanto giocattolo programmabile. Il concetto di **programma** si rivela centrale in rapporto all'uso di questo artefatto.

È significativo come in un primo momento i bambini si accostino a Beebot analizzandone i diversi tasti funzione come se ognuno di essi fosse indipendente da un comune contesto d'azione. Successivamente intuiscono la possibilità di combinarli insieme e, per prove ed errori, giungono alla creazione di forme e percorsi significativi, o dal punto di vista estetico, o perché si rivelano utili nella comprensione e soluzione di problemi legati allo spazio. A questo punto emerge in genere il bisogno di dotarsi di un linguaggio condiviso per comunicare la sequenza dei comandi necessari a ottenere la configurazione ritenuta bella o risolutiva. Si perviene in tal modo a elaborare un **codice** per la stesura di un **algoritmo**. L'insieme di simboli e regole per rappresentare le istruzioni di un algoritmo e la loro concatenazione costituisce un vero e proprio **linguaggio di programmazione**. L'interesse per la singola funzione, ovvero per il "che cosa fa" un tasto particolare, si ridimensiona a favore dell'integrazione delle diverse funzioni in una prospettiva sistemica. D'altro canto un programma non è altro che un **sistema di notazione** che, attraverso uno specifico linguaggio, permette di registrare e comunicare le istruzioni/azioni da eseguire.

Liliana Tolchinsky, in *The cradle of culture* del 2003 (La culla della cultura e ciò che i bambini sanno della scrittura e dei numerali prima che venga loro insegnato), interpreta ogni sistema di notazione come un artefatto culturale per codificare, registrare, trasportare, riprodurre in modo sistematico uno stato, un processo o un'attività⁴⁵. Concentrando la sua attenzione sulla notazione numerica, l'autrice evidenzia che

nei bambini, c'è una continua interazione tra la comprensione delle caratteristiche di un sistema di notazione e la comprensione del dominio di conoscenze corrispondente. L'acquisizione del sistema alfabetico di scrittura cambia la visione del linguaggio, così come l'acquisizione del sistema di notazione dei numeri cambia la comprensione dei numeri.⁴⁶

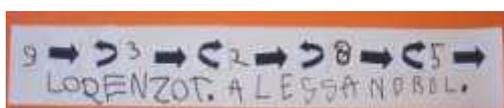
⁴⁴ In realtà non sempre è così: ad esempio, un abaco con le aste di misura tale da contenere al massimo 9 palline può indirizzare l'azione dei bambini verso il cambio d'asta senza interventi esterni, ma la capacità di feedback non costituisce la fondamentale caratteristica degli artefatti tradizionali (tant'è vero che non tutti gli abachi sono realizzati con le aste di misura calibrata; spesso le aste contengono più di 9 palline e questo potrebbe anche essere considerato un vantaggio a seconda dell'obiettivo che l'insegnante, consapevolmente, si propone di raggiungere).

⁴⁵ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., paragrafo 2.3, *La scrittura dei numeri nella prima infanzia*, pp.70-77.

⁴⁶ Ibidem, p.70.

Come “il sistema scritto di numerazione è una sorgente e non solo un risultato della conoscenza matematica”⁴⁷, così l’elaborazione di una notazione condivisa per programmare Bee-bot costituisce un modo per imparare le basi dei linguaggi di programmazione e non solo il risultato dell’uso strumentale di un particolare artefatto.

Nelle scuole comunali dell’infanzia di Modena, che nel quadro teorico della *mediazione semiotica* hanno adottato Bee-bot come artefatto, sono stati prodotti dei *listati*, cioè delle liste di simboli concordati, ordinati in base alla successione delle istruzioni programmate; il feedback offerto dai movimenti di Bee-bot ha stimolato la discussione sulla correttezza della programmazione e/o della sua rappresentazione simbolica mediante il listato.



Presentando il linguaggio LOGO, ho in precedenza evidenziato come il concetto di “errore” possa assumere una valenza costruttiva; lo stesso valore positivo è generalmente riconoscibile nei processi d’interazione con artefatti tecnologico-informatici dotati di capacità di feedback. Così si esprime in proposito Papert:

Molti bambini (...) sono bloccati nell’atto di imparare perché hanno un modello di apprendimento per cui o “si è capito” o “non si è capito”. Ma quando si apprende a programmare un elaboratore, non si riesce quasi mai a ottenere la soluzione giusta al primo tentativo. Imparare ad essere un esperto programmatore significa diventare estremamente abile nell’isolare e correggere i *bugs*, vale a dire nel saper snidare quelle parti del programma che gli impediscono di funzionare. La questione da porsi, riguardo a un programma, non è se è giusto o sbagliato, ma se lo si può *sistemare*.⁴⁸

In riferimento al sapere informatico le funzioni dei tasti PAUSE e CLEAR assumono un più complesso significato. PAUSE si rivela utile per ritmare le diverse istruzioni di movimento o per sottolinearne una che, all’interno di un determinato programma, incorpora uno specifico significato matematico.

Ad esempio, per agevolare la comprensione del concetto geometrico di poligono concavo, si può richiedere ai bambini che inseriscano una pausa prima di ogni svolta a sinistra di Bee-bot quando la traiettoria poligonale tracciata dall’ape si snoda in senso orario, o viceversa prima di ogni svolta a destra quando Bee-bot si muove in senso antiorario. L’analisi a posteriori dei percorsi così descritti, attraverso il confronto di idee e conoscenze che scaturisce dalla *discussione/conversazione matematica* orchestrata dall’insegnante, favorisce l’acquisizione del concetto in questione.

⁴⁷ Ibidem, p.71.

⁴⁸ Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit., p.29.

La pausa può semplicemente servire per rallentare il conteggio dei movimenti eseguiti da Bee-bot, qualora lo richiedesse l'età dei bambini o la loro incertezza nel recitare la “filastrocca dei numeri”; in tal caso basterà alternarne una a ogni istruzione di movimento.

Una “pausa ritmica” inserita tra due o più comandi di avanzamento può invece alludere alla moltiplicazione intesa come replica reiterata di operazioni di addizione aventi come secondo addendo sempre lo stesso numero.

Nell'ambito dell'attività musicale o psicomotoria, la pausa intervallata ritmicamente ai comandi di movimento può diventare un veicolo per sviluppare il linguaggio corporeo e/o musicale, favorendo in questo modo l'accostamento di differenti sistemi semiotici.

Il tasto CLEAR riveste un ruolo centrale in quanto permette di accostarsi, in modo indiretto, al concetto di **memoria**. I bambini imparano presto a servirsi della funzione legata a questo tasto per cancellare il programma precedente o un presunto errore di quello a cui stanno lavorando. Inizialmente essi considerano del tasto CLEAR la sua funzione di “sgomberare il campo” da ciò che non serve più, senza tener conto del fatto che un corollario di tale capacità di pulizia consiste nella possibilità di conservare ciò che ancora serve. Questa intuizione, che in genere non tarda a farsi strada, diviene via via più consapevole quando si richiede al bambino di programmare Bee-bot affinché esegua percorsi di una certa lunghezza e complessità. La necessità di conservare la “parte buona” di un programma, senza doversi ricordare, in caso di errore, dell'intera successione delle istruzioni, induce il bambino a procedere per piccoli passi, impartendo poche istruzioni per volta al robot. Dopo aver programmato una serie di comandi, il bambino ne verifica la correttezza pigiando il tasto GO; in caso di esito positivo, senza azzerare il programma, aggiunge un paio o più istruzioni, riposiziona Bee-bot all'inizio del percorso e preme nuovamente GO per controllare la corrispondenza tra le sue istruzioni e i movimenti dell'ape sul tracciato del percorso e così via sino al termine del percorso stesso.

In questo modo i bambini imparano ad affidarsi alle potenzialità dello strumento, liberandosi dal compiere un'azione che può essere meglio espletata dal robot. Essi si rendono infatti conto che la memoria di Bee-bot è meno soggetta all'errore e maggiormente estesa rispetto alla loro. A questo proposito gli stessi bambini possono verificare quale sia il numero massimo di istruzioni che la memoria di Bee-bot può contenere, senza bisogno che l'insegnante anticipi loro questa informazione. Predisponendo un percorso che richiede più di 40 istruzioni per essere realizzato, i bambini capiranno che anche Bee-bot, e per esteso qualunque altro artefatto, ha dei limiti. Questa consapevolezza li aiuterà a comprendere che la scelta di affidarsi o meno a un artefatto/strumento per la risoluzione di un compito dipende da un insieme di elementi che possono combinarsi

variamente: la tipologia del compito, le potenzialità dell'artefatto (che solo nelle mani del soggetto diviene strumento), le risorse del soggetto e altre componenti legate a fattori contestuali.

Ma questo discorso ci traghetta altrove, verso un'analisi degli aspetti cognitivi e didattici che la **ricerca in didattica della matematica** non può eludere al fine di una proficua interazione fra teoria e prassi.

I. 2. ASPETTI COGNITIVI

I. 2. 1. Le antinomie costitutive degli “artefatti cognitivi”

È interessante notare come, nella nostra lingua, il significato del termine “artefatto” muti di valore a seconda della funzione grammaticale che riveste: se sostantivo indica un'opera eseguita con arte dalla mano dell'uomo, se aggettivo specifica la qualità artificiale, o addirittura falsa e contraffatta, del nome a cui si riferisce. Se l'ingegno e le capacità umane di progettare e realizzare un qualsiasi prodotto non possono che essere considerati positivamente, non altrettanto scontata è la qualità del prodotto che ne deriva, il quale, per il solo fatto di non esistere in natura, sembra assumere un significato sinistro!

Alla base dell'anomala dicotomia che caratterizza il termine “artefatto”, si può rintracciare un riflesso di quella profonda scissione che oppone **natura** e **cultura**, affidando significati di volta in volta differenti, ma generalmente opposti, ai due termini del binomio. In realtà, come dimostra **Vygotskij** nella sua *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori*, non esiste frattura tra natura e cultura, bensì continuità:

... ogni forma superiore del comportamento nella sua composizione si rivela come un determinato insieme di processi naturali, inferiori ed elementari. La civiltà non crea, ma semplicemente si serve della natura data, la trasforma e la pone al servizio dell'uomo. [...] Cosicché dobbiamo superare sia una considerazione intellettualistica che deduce la cultura dall'attività dell'intelletto umano, sia una considerazione meccanicistica, che vede, nella forma superiore del comportamento, il suo semplice meccanismo esecutivo. Il superamento di questi due errori conduce immediatamente a quella che possiamo chiamare convenzionalmente *la storia naturale dei segni*. Essa indica che le forme culturali del comportamento hanno le loro radici nelle forme naturali, alle quali sono strettamente collegate, e sorgono sulla base di queste.⁴⁹

Dal confronto tra animali ed esseri umani, Vygotskij ha dedotto l'esistenza di due “linee” all'origine dell'attività mentale umana: una linea biologica/naturale per le funzioni mentali elementari (ovvero gli istinti e i riflessi innati o acquisiti) e una linea sociale/culturale per le

⁴⁹ Vygotskij L.S. (1974), *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori*, trad. it. Firenze, Giunti, 2009, p.183 e pp.188-189.

funzioni psichiche superiori (attenzione volontaria, memoria logica, formazione del concetto...) e i processi di acquisizione degli strumenti esteriori dello sviluppo culturale e del pensiero (lingua scritta e parlata, calcolo, disegno).

Il comportamento di un adulto contemporaneo culturalmente evoluto, se si mette da parte per qualche minuto il problema dell'ontogenesi e dello sviluppo del bambino, è il risultato di due diversi processi di sviluppo psichico. Da un lato il processo dell'evoluzione biologica delle specie che conducono al sorgere della specie dell'*Homo sapiens*; dall'altro il processo dello sviluppo storico, mediante il quale l'uomo primitivo si è evoluto culturalmente. Ambedue questi processi, biologico e culturale, dello sviluppo del comportamento, sono rappresentati nella filogenesi separatamente, come due linee autonome e indipendenti dello sviluppo, costituenti oggetto di due diverse discipline psicologiche. Tutta la particolarità e la difficoltà del problema dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori consiste nel fatto che ambedue questi aspetti nell'ontogenesi sono fusi insieme, costituendo realmente un processo unitario, sebbene complesso.⁵⁰

Poiché lo sviluppo della cognizione umana si configura come il risultato dell'intreccio delle linee naturale e culturale, "non è possibile indagare l'attività cognitiva umana senza considerare gli artefatti storicamente e culturalmente determinati che la mediano in ogni sua manifestazione"⁵¹.

Ma che cos'è propriamente un artefatto? Donald A. Norman, in *Things that make us smart* (1993), definisce gli artefatti come congegni artificiali che espandono le nostre possibilità. In particolare gli **artefatti cognitivi** sono "strumenti di pensiero che completano le capacità della mente rafforzandone i poteri"⁵². Egli sostiene che la mente umana è limitata nelle sue capacità di apprendere, ricordare e ragionare, ma grazie all'invenzione e all'uso di sussidi tecnologici, può ampliare le sue facoltà e addirittura incrementare la sua intelligenza (da qui il titolo del suo libro tradotto in italiano con *Le cose che ci fanno intelligenti*).

L'umanità ha inventato un'ampia gamma di oggetti che aiutano la cognizione, alcuni di natura fisica, altri di natura mentale. Ad esempio, strumenti come la carta, le matite, le calcolatrici e i computer sono artefatti fisici che facilitano i nostri processi cognitivi. La lettura, l'aritmetica, la logica e il linguaggio sono invece artefatti mentali, in quanto il loro potere sta nelle regole e nelle strutture che essi propongono – in altre parole in strutture dell'informazione e non in proprietà fisiche. Gli artefatti mentali comprendono anche procedure e routine, come le strategie di memorizzazione o i metodi per eseguire particolari compiti. Indipendentemente dal fatto che siano fisici o mentali, comunque, entrambi i tipi di artefatto sono ugualmente artificiali: essi non esisterebbero se l'uomo non li avesse inventati. In realtà, qualunque cosa inventata dall'uomo per potenziare il proprio pensiero o le proprie azioni è un artefatto, vuoi che si tratti di una realtà fisica materialmente costruita o manifatta, vuoi che sia di natura mentale e venga dunque insegnata/appresa.⁵³

⁵⁰ Ibidem, p.29.

⁵¹ Rizzo A. (2000), *La natura degli artefatti e la loro progettazione*, in "Sistemi intelligenti", a.XII, n.3, pp.437-452; disponibile on line: <http://www.garito.it/areastud/Ricerche/fabionoiaartefatti.pdf>.

⁵² Norman D.A. (1993), *Le cose che ci fanno intelligenti*, trad. it. Milano, Feltrinelli, 1995, p.55.

⁵³ Ibidem, pp.18-19.

I “manufatti”, oggetti la cui lavorazione è fatta a mano, rientrano negli artefatti senza esaurirne la categoria. In essa è incluso ogni prodotto ideato e realizzato dall’uomo con specifiche finalità.

Un “artefatto” è un oggetto la cui forma è giustificata dalla prestazione a cui era destinato, ancora prima della sua effettiva realizzazione. Ciò materializza l’intenzione preesistente da cui ha tratto origine. Gli artefatti presuppongono un progetto, uno scopo e di conseguenza un’intelligenza capace di attività creativa. Dal punto di vista della psicologia cognitiva, gli artefatti sono oggetti prima cognitivi, poi realizzati concretamente.⁵⁴

Nell’ottica costruzionista promossa da Seymour **Papert**, l’apprendimento è mediato dal fare e quindi dalla possibilità di manipolare concretamente gli oggetti e i materiali che la cultura ci offre. Fra questi, gli artefatti cognitivi si configurano come “**oggetti-per-pensare**” che ci permettono di rappresentare a noi stessi e agli altri il mondo che ci circonda; in essi, come ben testimonia la Tartaruga, “coesistono una presenza culturale, un sapere incorporato, e la possibilità d’una identificazione personale”⁵⁵.

La doppia identità degli artefatti cognitivi, riferibile all’oggetto e al soggetto, emerge anche in Norman che ne evidenzia la duplice natura in grado di coniugare l’aspetto pragmatico o esperienziale della cognizione umana con l’aspetto riflessivo della stessa. Mentre la **cognizione esperienziale** è orientata verso l’esterno e consente di modificare l’ambiente che sta intorno al soggetto, la **cognizione riflessiva** è orientata verso l’interno e permette al soggetto di sviluppare la sua intelligenza⁵⁶.

Questa serie di antinomie oggetto/soggetto, esterno/interno, artefatto/strumento (come vedremo nel prossimo paragrafo), rimanda all’opposizione-complementarietà di cultura e natura insita nella prospettiva evolutiva vygotskiana secondo la quale la cognizione umana è mediata dall’uso di artefatti.

1. 2. 2. L’approccio strumentale di Rabardel

Il ricercatore francese **Pierre Rabardel**, operando nel campo dell’ergonomia cognitiva⁵⁷, distingue **artefatto** e **strumento**. L’*artefatto* è l’oggetto materiale o simbolico che potremmo definire (richiamando la terminologia hegeliana) “in sé e per sé”, ovvero non dipendente dal suo

⁵⁴ Definizione di “artefatto” in Wikipedia, consultabile sul sito: <http://it.wikipedia.org/wiki/Artefatto>.

⁵⁵ Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit., p.17.

⁵⁶ Cfr. Norman D.A. (1993), *Le cose che ci fanno intelligenti* cit., pp.35-40 e Bartolini Bussi M.G. e Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.,

⁵⁷ Sviluppata a partire dagli studi di ergonomia classica sull’interazione uomo-macchina, l’**ergonomia** (dal greco *érgon* = lavoro e *nomos* = regola) **cognitiva** è un campo di ricerca che si occupa dell’interazione tra l’uomo e gli strumenti per l’elaborazione dell’informazione; essa studia quindi i processi cognitivi coinvolti in questa interazione (percezione, attenzione, memoria, pensiero, linguaggio, emozioni) al fine di suggerire soluzioni per migliorare tali strumenti.

utilizzatore. Lo *strumento* è invece un'entità mista, composita, intermediaria tra oggetto e soggetto, che comprende sia componenti relative alle caratteristiche dell'artefatto, sia componenti soggettive riconducibili agli **schemi d'uso** adottati dal soggetto nel momento in cui gli viene assegnato un compito da risolvere con l'ausilio di un artefatto. Gli schemi d'uso impiegati nella risoluzione di un compito dipendono dall'artefatto, variano a seconda del compito e, per uno stesso compito, variano da individuo a individuo⁵⁸.

Per quanto concerne l'artefatto, ad esempio, si pensi alla differenza tra l'uso della scrittura manuale, della macchina da scrivere o del computer (che permette continue revisioni) per l'elaborazione di un testo. D'altro canto, in presenza di uno stesso artefatto, le abilità e le competenze del soggetto determinano differenti possibilità e modalità di risoluzione del medesimo compito.

Secondo Rabardel, gli schemi d'uso “corrispondono agli aspetti invariati delle azioni all'interno di classi di situazioni conosciute”⁵⁹ e quindi hanno la proprietà di organizzare l'azione dei soggetti. Essi si avvalgono dei meccanismi di *assimilazione* e *accomodamento* che Piaget pone a fondamento del processo costruttivo della conoscenza. Un singolo schema d'uso può infatti essere applicato a vari tipi di artefatto, così come può essere trasformato per adattarsi a una diversa situazione. Ad esempio, lo schema del tagliare associato al coltello può applicarsi anche alla forchetta, qualora il soggetto si trovi di fronte a una pietanza di tenera consistenza, ma si rivelerà improprio dinnanzi a qualcosa di talmente friabile da richiedere di essere spezzato, anziché tagliato. Se da un lato gli schemi d'uso possono essere previsti in fase di progettazione in virtù dei loro aspetti invariati, dall'altro, essendo costruzioni personali del soggetto fortemente legate al contesto nel quale si originano, sfuggono alla possibilità di essere inventariati.

Gli schemi d'uso sono progressivamente elaborati nel corso dell'azione determinata da un compito particolare; così lo strumento è la costruzione di un individuo, ha un carattere psicologico ed è strettamente collegata al contesto in cui ha origine e sviluppo⁶⁰.

Accanto alla dimensione individuale propria di ciascun soggetto, gli schemi d'uso presentano una dimensione sociale data dal fatto che essi possono essere trasmessi da individuo a individuo ed essere fatti propri dal soggetto. L'elaborazione di schemi d'uso personali, così come l'appropriazione di schemi d'uso sociali pre-esistenti o co-costruiti nell'interazione tra diversi individui, rientrano in un processo che Rabardel definisce **genesi strumentale**. È attraverso la

⁵⁸ Cfr. Bartolini Bussi M.G. (2010), *Quadro di riferimento*, in “Scienze e tecnologie in Emilia Romagna”, Tecnodid Editrice, vol.2; disponibile on line: <http://www.mmlab.unimore.it/site/home/progetto-regionale-emilia-romagna/risultati-del-progetto/libro-progetto-regionale/documento16016366.html>.

⁵⁹ Rabardel P. (1997), *Gli strumenti dell'uomo*, in “Ergonomia”, 9/1997, p.4; disponibile on line: <http://www.ergonomia.info/archivio/rabardel/html>.

⁶⁰ Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

genesì strumentale che un *artefatto* può divenire *strumento*, subendo una sorta di “catacresi”⁶¹ per mezzo della quale il soggetto, utilizzando l’artefatto per perseguire i suoi obiettivi, lo arricchisce di un valore strumentale che in origine non possedeva.

Il processo di *genesì strumentale* si sviluppa in due direzioni: la **strumentalizzazione** diretta verso l’oggetto, ovvero la componente *artefatto*, e la **strumentazione** diretta verso il soggetto, che riguarda l’elaborazione di *schemi d’uso*.

I processi di strumentalizzazione sono relativi all’emergere e allo sviluppo delle componenti “artefatto” dello strumento: selezionare, raggruppare, produrre e istituire le funzioni dell’artefatto, trasformarlo nella struttura, nel funzionamento, ecc. [...]

I processi di strumentazione sono invece relativi all’emergere e allo sviluppo degli schemi d’uso: la loro costituzione, il loro funzionamento, la loro evoluzione e anche l’assimilazione di artefatti nuovi a schemi già costituiti, ecc.

Ciò che distingue questi due processi è l’orientamento dell’attività: nei processi di strumentazione essa è orientata verso il soggetto stesso, mentre nel processo correlativo di strumentalizzazione è orientata verso la componente artefatto dello strumento. I due processi contribuiscono in modo solidale alla costituzione e all’evoluzione degli strumenti anche se, secondo le situazioni, uno dei due può essere più sviluppato, dominante, perfino il solo messo in opera.⁶²

L’evoluzione degli artefatti riflette la storia dei loro utilizzi strumentali e modella la pratica dei futuri utilizzatori che non possono ignorare, delle potenzialità incorporate nell’artefatto, quelle ormai sedimentate a livello sociale. Ne consegue che l’uso di uno strumento non è mai neutrale, in quanto determina una mobilitazione, e una conseguente riorganizzazione, delle strutture cognitive del soggetto chiamato a confrontare, selezionare e combinare schemi sociali e individuali nei quali confluiscono, peraltro, componenti di carattere psicologico.

I. 2. 3. La prospettiva vygotskiana

I. 2. 3. 1. Interiorizzazione

L’estensione dell’approccio strumentale al campo delle attività cognitive ci riconduce alle posizioni teoriche elaborate dalla scuola storico-culturale sovietica e, in particolare, alla prospettiva

⁶¹ “Il termine catacresi (Faverge 1970) è preso a prestito dalla linguistica e dalla retorica dove designa –come la metafora- l’uso di una parola al di là della sua accezione propria, o al posto di un’altra. Per estensione, l’idea è stata trasportata nel campo dell’uso degli attrezzi per designare l’impiego di un attrezzo al posto di un altro o l’impiego di attrezzi per usi a loro sconosciuti. [...] Normalmente le catacresi sono interpretate in termini di deviazione dell’oggetto rispetto alle funzioni previste dai progettisti, agli usi che essi immaginavano o anticipavano. Questa interpretazione in termini di deviazione non è la sola possibile né, dal nostro punto di vista, la sola auspicabile. La catacresi può essere considerata ugualmente anche come l’espressione di un’attività specifica del soggetto: l’appropriazione dello strumento e, più generalmente, la produzione di modalità d’azione.” Citazione da: Rabardel P. (1997), *Gli strumenti dell’uomo* cit., p.5.

⁶² Ibidem, p.6.

vygotskiana che, considerando la dimensione evolutiva dei fenomeni cognitivi e l'interrelazione di fattori biologici, storici e socio-culturali nel processo dello sviluppo, pone a fondamento dello studio della mente umana la cosiddetta “**legge genetica generale dello sviluppo culturale**” secondo la quale:

...ogni funzione nel corso dello sviluppo culturale del bambino fa la sua apparizione due volte, su due piani diversi, prima su quello sociale, poi su quello psicologico, dapprima tra le persone, come categoria interspichica, poi all'interno del bambino, come categoria intrapsichica. Ciò vale ugualmente, sia per l'attenzione volontaria che per la memoria logica, che per la formazione dei concetti e lo sviluppo della volontà.

Siamo nel pieno diritto di considerare questa assunzione come una vera e propria legge, ma s'intende che il passaggio dall'esterno all'interno trasforma il processo stesso, ne muta la struttura e le funzioni. Dietro a tutte le funzioni superiori e ai loro rapporti stanno geneticamente delle relazioni sociali, relazioni reali tra uomini.⁶³

In quest'ottica assume particolare importanza lo studio delle origini e della storia delle diverse funzioni psichiche superiori, e quindi l'intero processo, e non solo il prodotto finale, dell'evoluzione del comportamento. A questo proposito Vygotskij analizza e descrive la storia dello sviluppo del gesto dell'indicazione, che peraltro costituisce un significativo esempio del processo di **interiorizzazione** o **internalizzazione**.

Indagando la sua storia, noteremo che il gesto dell'indicazione rappresenta originariamente un semplice movimento incompiuto volto ad afferrare l'oggetto, e che sta ad indicare appunto l'azione. [...] Quando la madre giunge in aiuto del bambino e concettualizza il suo movimento come un'indicazione, la situazione muta radicalmente. Il gesto dell'indicazione diventa un gesto per gli altri. In risposta al movimento di prensione incompiuto da parte del bambino si ha una reazione non da parte dell'oggetto, ma da parte di un'altra persona. Il significato originario a questo fallito movimento di prensione viene in tal modo attribuito dagli altri. E soltanto successivamente, in seguito al fatto che un tale movimento di prensione fallito viene ricollegato dal bambino con tutta la situazione oggettiva, il bambino stesso comincia a considerare questo stesso movimento come un'indicazione. Avviene così una modificazione della funzione del movimento stesso: da movimento rivolto verso l'oggetto diventa movimento rivolto verso un'altra persona attraverso un mezzo di comunicazione; la prensione si trasforma in indicazione. In virtù di ciò lo stesso movimento si riduce, si contrae, e si elabora così quella forma del gesto dell'indicazione, di fronte alla quale abbiamo il diritto di affermare che si tratta di un gesto per se stessi.⁶⁴

L'interiorizzazione è un processo di carattere evolutivo che implica una serie di progressive trasformazioni. Un'operazione esterna viene ricostruita internamente grazie all'interazione sociale che favorisce il passaggio dal piano interpersonale a quello intrapersonale; questo passaggio non è semplice e immediato, ma si caratterizza per la sua complessità e per il fatto che richiede una lunga serie di eventi evolutivi.

Nell'esempio vygotskiano, il gesto dell'indicare è all'inizio una mancata azione di prensione che il bambino rivolge a un oggetto. L'intervento della madre, che interpreta come un gesto dotato

⁶³ Vygotskij L.S. (1974), *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori* cit., p.211.

⁶⁴ Ibidem, pp.208-209.

di un preciso significato sociale il movimento del bambino, instaura un dialogo intersoggettivo tra i due che permette al bambino, progressivamente, di comprendere l'efficacia del suo gesto e quindi di sostituirlo all'azione originaria. Il bambino trasferisce dal piano intersoggettivo a quello intrasoggettivo l'operazione iniziale, che da esterna (gesto per gli altri) diviene interna (gesto per se stessi). Il ruolo del sociale risulta quindi fondamentale nella genesi del significato. Adottando il sistema filosofico di Hegel, potremmo dire che ogni operazione mentale "in sé" (tesi), deve uscire "fuori di sé" e manifestarsi agli altri (antitesi), per ritornare al soggetto "in sé e per sé", ovvero carica di quel significato che solo il superiore processo di sintesi può garantirle.

Il processo di interiorizzazione non consiste, infatti, nel puro e semplice trasferimento di un'operazione esterna su di un preesistente piano mentale interno, ma implica una ristrutturazione di quest'ultimo piano che si attua attraverso processi di tipo semiotico. La costruzione della conoscenza individuale richiede esperienze sociali condivise che comportano la produzione e l'interpretazione di segni. I diversi sistemi di segni che permettono di comunicare, non solo il linguaggio naturale, ma anche i più o meno sofisticati linguaggi gestuali, figurativi e simbolici, sono indispensabili strumenti dell'attività sociale che, progressivamente interiorizzati, divengono fondamentali anche per l'attività individuale.

1. 2. 3. 2. Mediazione semiotica

Queste considerazioni ci portano a prendere in esame un altro costrutto teorico elaborato da Vygotskij, ovvero quello di **mediazione semiotica**, che indaga la struttura delle operazioni con i segni. Vygotskij accetta la concezione comportamentista teorizzata da Pavlov, che individua in ogni atto comportamentale una risposta dell'organismo a uno stimolo fornitogli dall'ambiente, ma limitatamente ai processi psichici elementari. Per i processi psichici superiori, che governano le funzioni intellettive che potremmo definire "culturali", si rende necessario introdurre nella pavloviana sequenza lineare stimolo-risposta, uno stimolo di secondo grado (un segno appunto) che instaura un nuovo rapporto tra i due termini della relazione. Questo legame intermedio tra stimolo e risposta non è semplicemente un metodo per migliorare i tempi o la qualità della risposta, ma è uno stimolo ausiliario che, pur essendo estrinseco, opera non sull'ambiente ma sull'individuo, permettendogli di controllare il suo comportamento. Al semplice processo stimolo-risposta si sostituisce un'azione complessa e mediata che, inibendo il naturale impulso di reazione diretta, trasferisce a un livello qualitativamente nuovo l'operazione mentale⁶⁵.

⁶⁵ Cfr. Vygotskij L.S. (1930-60), *Il processo cognitivo*, trad. it. Torino, Boringhieri, 1987, p.64 e ss., citazione in: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, Modena, CDE, p.100.

Riferendosi al ruolo di mediazione degli artefatti, Vygotskij definisce la “**legge della mediazione semiotica**” come un “principio di organizzazione extracorticale delle funzioni cognitive superiori”⁶⁶.

Un artefatto è un oggetto progettato o foggato da una specifica attività umana, che non esisteva prima di quella attività e che non può essere compreso indipendentemente dall'attività umana nella quale viene utilizzato e per la quale è stato, almeno parzialmente, concepito. [...] L'uso dell'artefatto trasforma l'attività per la quale è stato progettato, la trasformazione riguarda sia la riorganizzazione delle modalità percettivo motorie di interazione con l'ambiente (ad esempio, nel caso di utensili quali la clava o l'aratro) che la modalità di pianificazione delle azioni e delle relazioni sociali (ad esempio nel caso di strumenti quali il mulino ad acqua). Nel modificare le attività un artefatto mette in relazione parti del nostro cervello che non sarebbero altrimenti entrate in risonanza, la loro possibilità di sincronizzarsi e costituirsi come pattern stabili di attivazione neurale dipende criticamente dalla presenza o meno di quel particolare artefatto all'interno di una situata pratica sociale.⁶⁷

1. 2. 3. 3. Funzione strumentale di artefatti e segni

Riconoscendo il fondamentale ruolo degli artefatti nello sviluppo cognitivo, la prospettiva vygotskiana stabilisce un'**analogia tra artefatti e segni**. Tale analogia, data dalla funzione di mediazione propria a entrambi, va però limitata all'aspetto psicologico. I segni rivestono la medesima **funzione strumentale** degli artefatti, ma mentre questi ultimi sono orientati verso l'esterno, i segni, in quanto *strumenti psicologici*, sono orientati verso l'interno. Per Vygotskij il segno rappresenta una sorta di mediatore tra l'individuo e il suo ambiente, o meglio il suo contesto socio-culturale, in grado di favorire quel passaggio tra esterno e interno che caratterizza il processo di interiorizzazione. I segni prodotti nei processi di interiorizzazione sono mezzi per supportare e sviluppare le attività mentali, così come lo sono gli artefatti in rapporto alle attività pratiche.

L'invenzione e l'uso dei segni come mezzi ausiliari per risolvere determinati compiti psicologici che l'uomo si pone (ricordare, paragonare, comunicare, scegliere, e così via) presenta in un punto, sotto un aspetto psicologico, un'analogia con l'invenzione e l'uso degli strumenti. Tale tratto sostanziale dei concetti accostati è il ruolo di questi adattamenti nel comportamento, analogo al ruolo dello strumento nell'attività lavorativa o, che è lo stesso, *la funzione strumentale del segno*. Con questa ci riferiamo alla funzione di stimolo-strumento che il segno attua in ogni operazione psicologica, il fatto per cui esso costituisce uno strumento dell'attività umana.⁶⁸

La funzione strumentale del segno risulta evidente nell'esternalizzazione di processi interni, come nel caso del nodo al fazzoletto impiegato come mezzo per stimolare la memoria.

Se si riflette sul fatto che, praticando un nodo per ricordare, in sostanza l'uomo costruisce un processo della memoria all'esterno, costringe un oggetto esterno a ricordargli un

⁶⁶ Rizzo A. (2000), *La natura degli artefatti e la loro progettazione* cit., p.2.

⁶⁷ Ibidem, pp.1-2.

⁶⁸ Vygotskij L.S. (1974), *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori* cit., pp.123-124.

incarico da compiere, o meglio esteriorizza un suo processo interiore trasformandolo in un'attività esteriore, se si pensa dunque a ciò che di fatto si verifica in tutti questi casi, già questo fatto stesso ci potrà dare un'idea del carattere affatto particolare delle forme superiori del comportamento. In un caso (funzioni psichiche elementari) ci troviamo davanti a qualcosa che viene ricordato, nell'altro (funzioni psichiche superiori) a un uomo che ricorda qualcosa. In un caso il legame temporaneo s'instaura grazie alla coincidenza di due stimoli che agiscono contemporaneamente sull'organismo; nell'altro, l'uomo crea egli stesso un nuovo legame temporaneo nel cervello mediante il collegamento artificiale di due stimoli. L'essenza stessa della memoria umana risiede nella capacità dell'uomo di memorizzare attivamente mediante segni.⁶⁹

Definendo la **significazione** come un “principio regolativo del comportamento umano”⁷⁰, Vygotskij non limita il concetto di segno all'insieme dei segni linguistici (come spesso è stato fatto dalla successiva letteratura, probabilmente per l'importanza attribuita dall'autore al linguaggio⁷¹) ma, al contrario, estende il concetto ai più svariati sistemi segnici che l'uomo può ideare ed elaborare in relazione ai suoi specifici bisogni comunicativi. Anche i segni matematici, in quanto rappresentazioni esterne di concetti mentali astratti, svolgono la funzione strumentale di rendere maggiormente tangibili questi stessi concetti. Attraverso la “manipolazione” dei segni, risulta possibile conoscere e comunicare a se stessi e agli altri concetti che, se non fossero esternalizzati, rimarrebbero confinati nella mente dei singoli individui che, proprio per questo, ne avrebbero una comprensione parziale e limitata.

I. 2. 3. 4. Zona di sviluppo prossimale

L'azione di mediazione esercitata da artefatti e segni si configura come un valido ausilio in relazione al processo di *interiorizzazione*, che comporta la ricostruzione interna di un'operazione esterna. In ambito educativo-didattico una tale consapevolezza da parte dell'insegnante risulta fondamentale al fine di promuovere un apprendimento efficace e significativo per gli studenti.

Il processo di *interiorizzazione* determina lo sviluppo cognitivo nei limiti di quella che Vygotskij definisce come “**zona di sviluppo prossimale**”. In questo spazio metaforico, l'apprendimento si attua attraverso l'interazione sociale tra individui più e meno “esperti”.

La zona di sviluppo prossimale (o area di sviluppo potenziale) è la distanza tra il livello effettivo di sviluppo così come è determinato dal problem-solving autonomo e il livello di sviluppo potenziale così come è determinato attraverso il problem-solving sotto la guida di un adulto o in collaborazione con i propri pari più capaci.⁷²

⁶⁹ Ibidem, pp.121-122 (le parentesi sono mie).

⁷⁰ Ibidem, p.122.

⁷¹ Si veda in proposito: Vygotskij L.S. (1934), *Pensiero e linguaggio*, trad. it. a cura di Mecacci L., Roma-Bari, Laterza, 1990.

⁷² Vygotskij L.S. (1930-60), *Il processo cognitivo* cit., p.127; citazione in: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., p.111.

Il contesto scolastico, in virtù dell'intrinseca asimmetria che caratterizza la relazione tra insegnante e allievi in rapporto alla conoscenza, rappresenta uno spazio privilegiato per coltivare e condurre a maturazione le "funzioni psichiche superiori". A scuola, attraverso il ruolo di mediazione svolto dall'insegnante, che in modo intenzionale e sistematico si fa portavoce dell'eredità culturale di un determinato gruppo e periodo storico, la *zona di sviluppo prossimale* può progressivamente spostarsi in avanti, lasciando dietro di sé un'area sempre più vasta di sviluppo reale. Secondo Vygotskij, infatti, "il livello reale di sviluppo caratterizza lo sviluppo mentale retrospettivamente, mentre la zona di sviluppo prossimale caratterizza prospettivamente lo sviluppo mentale".⁷³

Bartolini Bussi e Mariotti sostengono che "la nozione di zona di sviluppo prossimale sottolinea la necessità di armonizzare l'attitudine potenziale che l'allievo ha verso l'apprendimento con l'azione dell'insegnante"⁷⁴.

Una tale considerazione è implicita anche nel concetto di **scaffolding** elaborato da **Bruner**⁷⁵. Il termine inglese, che letteralmente significa "ponteggio", "impalcatura di sostegno", viene metaforicamente utilizzato per indicare l'attività di tutoraggio che un soggetto più esperto o competente può offrire, attraverso un'interazione consapevole, a un soggetto meno esperto, che si configura quindi come un apprendista. È evidente che una tale azione di sostegno richiede una costante verifica per rispondere adeguatamente agli effettivi bisogni e ai livelli di competenza di volta in volta raggiunti dall'apprendista. Nel contesto scolastico l'azione di sostegno offerta dall'esperto corrisponde all'attività di mediazione svolta dall'insegnante che, operando nella *zona di sviluppo prossimale* dell'allievo, lo sostiene nel processo di apprendimento.

Lo *scaffolding* si può declinare in varie metodologie di intervento didattico fra le quali quella dello **sfondo integratore** assume un particolare rilievo nell'ambito del presente studio, anche in ragione della considerevole diffusione che la programmazione per sfondi ha raggiunto nella scuola dell'infanzia⁷⁶. Lo *sfondo integratore* rappresenta sia un modello di programmazione

⁷³ Ibidem.

⁷⁴ Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

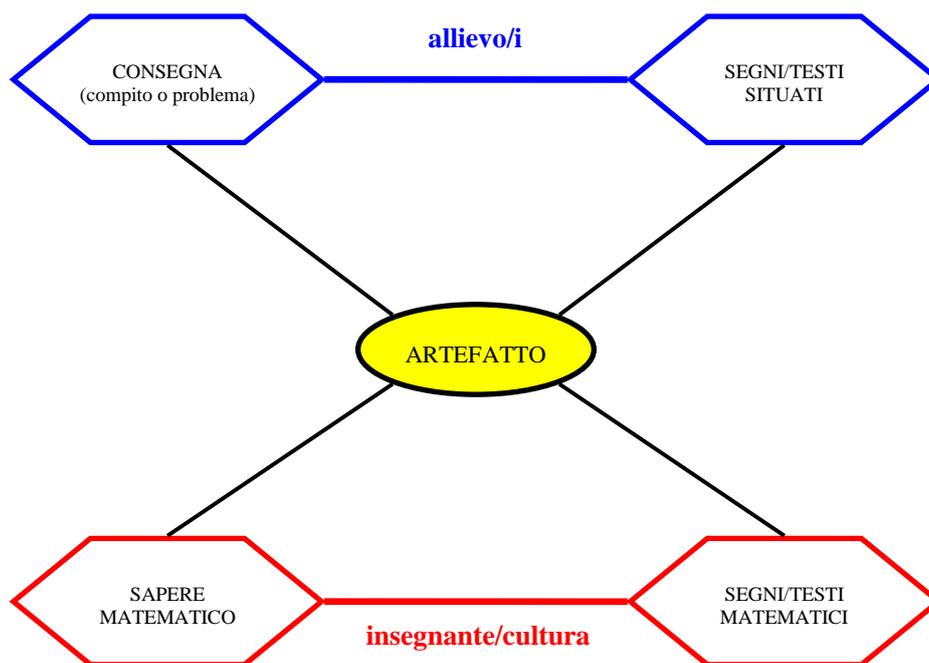
⁷⁵ Per approfondimenti si veda: Bruner J. (1966), *Verso una teoria dell'istruzione* cit.

⁷⁶ Formalizzata negli anni ottanta da **Andrea Canevaro** con la partecipazione di **Paolo Zanelli**, la programmazione di percorsi didattici per sfondi integratori nasce dall'esigenza di integrazione degli alunni "diversamente abili" e si configura come un modello di programmazione particolarmente contestualizzato, che si fonda sulla conoscenza specifica della reale situazione formativa e sulle concrete esigenze espresse dai bambini. Adottando la "metafora del dipinto", si può concepire lo sfondo integratore come una cornice che orienta e contiene le attività didattiche conferendo significato alle diverse esperienze vissute da un gruppo di bambini e dai loro insegnanti.

I presupposti teorici si possono rintracciare nella **pedagogia istituzionale** di ispirazione freinetiana, che prevede l'uso di strumenti-mediatori condivisi (le istituzioni appunto), che si modificano in base all'evoluzione delle relazioni sociali tra adulti e bambini e tra gli stessi bambini, e nella **prospettiva coevolutiva**, che interpreta il rapporto formativo come coeducazione di soggetti diversi che interagiscono reciprocamente e in modo attivo. Inoltre il processo di

didattica, sia uno strumento di mediazione che si propone di sostenere i processi di autorganizzazione cognitiva dei bambini; a tal fine rivestono grande importanza le condizioni istituzionali e relazionali del contesto d'azione, ovvero la predisposizione e valorizzazione del *curricolo implicito*. L'insegnante assume un ruolo da regista, il cui compito è la strutturazione di un ambiente d'apprendimento che possa stimolare processi d'integrazione e riorganizzazione cognitiva. Una tale azione registica non può che collocarsi in quell'*area di sviluppo potenziale* che, secondo Vygotskij, è determinata dall'apprendimento e precede il processo di sviluppo.

La teoria dell'area di sviluppo potenziale dà luogo ad una formula che esattamente contraddice l'indirizzo tradizionale: *l'unico buon insegnamento è quello che precorre lo sviluppo*. [...] L'apprendimento non è di per se stesso sviluppo, ma una corretta organizzazione dell'apprendimento del bambino porta allo sviluppo mentale, attiva un intero gruppo di processi di sviluppo, e questa attivazione non potrebbe aver luogo senza l'apprendimento. L'apprendimento perciò è un momento intrinsecamente necessario ed universale per lo sviluppo nel bambino di quelle caratteristiche umane non naturali, ma formatesi storicamente. [...] Il processo di sviluppo non coincide con quello di apprendimento, il processo di sviluppo segue quello di apprendimento, che crea l'area di sviluppo potenziale.⁷⁷



apprendimento si articola in una prospettiva di **ricerca-azione** che induce il soggetto a operare continue correzioni e aggiustamenti del percorso in base all'analisi critica dell'esperienza precedente.

A livello metodologico lo sfondo integratore organizza un possibile sistema di mediatori volto al coinvolgimento diretto dei diversi partecipanti alla relazione educativa; a livello strumentale lo sfondo costituisce una sorta di contenitore cognitivo e affettivo del vissuto e delle esperienze dei bambini che può strutturarsi in tre differenti modalità: sfondo metaforico, trama narrativa, simulazione di contesti. In ogni caso "lo sfondo integratore non è un filo conduttore", ovvero non rappresenta l'argomento unificante dell'intera attività di programmazione e non intende veicolare forzatamente la maggior parte degli obiettivi formativi; si tratta piuttosto della trama di connessione che permette l'incontro di più storie, percorsi, linguaggi, competenze, nel rispetto e nella salvaguardia delle diversità.

Cfr. Baldacci M. (2006), *Unità di apprendimento e programmazione*, Napoli, Tecnodid Editrice; Benzoni I. (2000), *L'incontro... una storia, tante storie. Lo sfondo integratore non è un filo conduttore*, Bergamo, Edizioni Junior.

⁷⁷ Vygotskij L.S. (1993), *Lo sviluppo psichico del bambino*, Roma, Editori Riuniti, pp.81 e ss.; citazione in: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., p.112.

I. 3. ASPETTI DIDATTICI

I. 3. 1. La mediazione

Il costrutto vygotkiano di *zona di sviluppo prossimale* o *area di sviluppo potenziale* ci consente di passare senza soluzione di continuità dall'analisi dei processi d'apprendimento degli allievi, ovvero dalla componente cognitiva della ricerca in didattica della matematica, all'analisi dei processi di insegnamento-apprendimento che caratterizzano l'interazione tra insegnante e studenti, ovvero alla componente propriamente didattica della stessa ricerca. In quest'ultimo contesto lo *sfondo integratore* rappresenta appunto un modello di programmazione che, accanto ad altri possibili modelli (programmazione per obiettivi, per concetti, per principi procedurali, per problemi⁷⁸), rinvia alla professionalità docente.

È l'insegnante che, considerando la specificità del contesto in cui agisce, opera le scelte che ritiene più opportune per avvicinare i discenti al sapere in gioco. Quest'opera di mediazione comporta la trasformazione dei saperi disciplinari, gli oggetti culturali definiti dal sistema scolastico, in saperi da insegnare adatti ai soggetti in apprendimento.

I. 3. 1. 1. La “trasposizione didattica” di Chevallard

Yves Chevallard definisce *trasposizione didattica* questo processo che coinvolge l'insegnante, l'allievo e il sapere. In sostanza si tratta di rendere insegnabile il sapere scientifico nelle concrete situazioni che caratterizzano la prassi didattica.

Chevallard distingue a questo proposito tre tipi di sapere: il **sapere sapiente**, prodotto dalla comunità scientifica nell'ambito della ricerca didattico-disciplinare; il **sapere da insegnare**, che può essere considerato come il frutto dell'interazione tra il sistema scolastico e l'ambiente sociale (*noosfera*) in cui tale sistema è calato; il **sapere insegnato**, ovvero l'insieme degli oggetti d'insegnamento selezionati dall'insegnante tenendo conto dei soggetti in apprendimento⁷⁹.

Il fatto che non tutto il *sapere insegnato* dai docenti possa automaticamente considerarsi *sapere appreso* dai discenti, evidenzia come tutti i soggetti del sistema didattico (insegnante, allievo, sapere) giochino un ruolo attivo nel determinare le loro reciproche relazioni. In particolare la relazione che uno studente instaura col sapere si concretizza in rapporto al compito che è chiamato a svolgere.

⁷⁸ Per approfondimenti si veda: Baldacci M. (2006), *Unità di apprendimento e programmazione* cit.

⁷⁹ Chevallard Y. (1985), *La transpositions didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble, La Pensée Sauvage, in D'Amore B. e Sbaragli S. (2011), *Principi di base di Didattica della matematica*, Bologna, Pitagora Editrice, pp.39-46.

Circoscrivendo il discorso al sapere matematico, la prassi didattica di servirsi di strumenti e sistemi di segni per portare a termine un compito e giungere alla soluzione di un problema può divenire un oggetto di riflessione, e quindi di metacoscienza, appositamente selezionato dal docente nell'opera di mediazione o *trasposizione didattica* volta a stabilire una relazione col sapere matematico sempre più profonda e consapevole.

I. 3. 1. 2. Il modello di Hasan

Poiché l'analogia tra artefatti e segni, basata sulla funzione di mediazione che li accomuna, si palesa in relazione allo svolgimento di un compito, a livello didattico risulta necessario individuare i molteplici elementi che interagiscono nel processo di insegnamento-apprendimento. In tal senso si rivela utile il modello proposto da **Ruqaiya Hasan** nel campo della linguistica cognitiva, che permette di analizzare il concetto di **mediazione** in un'ottica sistemica, ovvero considerando l'influenza reciproca dei diversi aspetti che concorrono a definirlo.

Il sostantivo mediazione deriva dal verbo mediare, che si riferisce ad un processo con una complessa struttura semantica che include i seguenti partecipanti e circostanze che sono potenzialmente rilevanti in questo processo:

- qualcuno che media, il *mediatore*;
- qualcosa che viene mediato, il *contenuto/forza/energia* rilasciato dalla mediazione;
- qualcuno/qualcosa soggetto alla mediazione, il *ricevente* a cui la mediazione apporta qualche differenza;
- la *circostanza* della mediazione;
- i mezzi della mediazione, la *modalità*;
- il luogo, il *sito* in cui la mediazione può avvenire.

Queste complesse relazioni semantiche non sono evidenti in ogni uso grammaticale del verbo, ma sommerse sotto la superficie e possono essere riportate alla luce tramite associazioni paradigmatiche, per esempio le loro relazioni sistemiche.⁸⁰

In relazione all'insegnamento-apprendimento della matematica, possiamo dire, anticipando concetti che approfondiremo nei prossimi paragrafi, che: il *mediatore* è l'*insegnante* che si propone di mediare *contenuti di tipo matematico*; il *ricevente* è un gruppo di *studenti* ai quali viene offerta la possibilità di far evolvere i loro concetti da quotidiani a scientifici⁸¹; la *circostanza* della mediazione è data dalle condizioni spazio-temporali nelle quali si attua il *processo di insegnamento-apprendimento*; la *modalità* della mediazione comporta l'adozione di reiterati "*cicli*

⁸⁰ Hasan R. (2002), *Semiotic mediation, language and society: three exotropic theories – Vygotsky, Halliday and Bernstein*, disponibile on line: <http://www.uct.ac.za/depts/pgc/sochasan.html>; citazione in: Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

⁸¹ La terminologia "concetti quotidiani" e "concetti scientifici" è di Vygotskij e verrà meglio chiarita nel corso del capitolo; per approfondimenti si veda: Vygotskij L.S. (1934), *Pensiero e linguaggio* cit.

didattici” che si avvalgono come mezzi di uno o più *artefatti* che incorporano specifici significati matematici; il *luogo* o *sito* della mediazione è il *gruppo classe o sezione* inteso come microcosmo relazionale e quindi il *laboratorio di matematica*, concepito come l’insieme di persone, strutture e idee che concorrono alla costruzione di significati matematici condivisi.

1. 3. 1. 3. Il laboratorio di matematica

All’interno del quadro teorico della mediazione semiotica, il *laboratorio di matematica* riveste un ruolo di primo piano per l’importanza che in esso assumono l’uso di strumenti e le interazioni sociali.

Il *laboratorio* di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di *significati* degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni). L’ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti. La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all’uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall’altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l’esercizio di tali attività. È necessario ricordare che uno strumento è sempre il risultato di un’evoluzione culturale, che è prodotto per scopi specifici e che, conseguentemente, incorpora idee. Sul piano didattico ciò ha alcune implicazioni importanti: innanzitutto il significato non può risiedere unicamente nello strumento né può emergere dalla sola interazione tra studente e strumento. Il significato risiede negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usare lo strumento; l’appropriazione del significato, inoltre, richiede anche riflessione individuale sugli oggetti di studio e sulle attività proposte.⁸²

L’insegnante nel *laboratorio di matematica*, come il maestro artigiano nella bottega rinascimentale, opera in qualità di soggetto esperto nella *zona di sviluppo prossimale* dello studente/apprendista e, in tal modo, media la cultura di cui è portatore. Parte di questa cultura/conoscenza/sapere è incorporata negli artefatti che lo stesso insegnante, consapevolmente, propone ai suoi allievi per lo svolgimento di un compito, ma non sempre essa emerge con chiarezza, anche laddove l’utilizzo strumentale dell’artefatto si riveli pertinente.

L’esperienza mostra che non è sufficiente fornire uno strumento a un allievo o a un gruppo di allievi, suggerendone l’uso in relazione a una certa consegna, per realizzare la costruzione di significati matematici. Infatti, lo strumento può essere usato anche solo come strumento tecnico per produrre una soluzione in modo meccanico e inconsapevole senza costruzione di significati matematici.⁸³

⁸² La citazione è tratta dal curriculum di matematica elaborato dalla commissione dell’UMI (Unione Matematica Italiana); il testo completo si può trovare nel volume *Matematica 2003* ed è disponibile on line: <http://umi.dm.unibo.it/old/italiano/Matematica2003/matematica2003.html>.

⁸³ Bartolini Bussi M.G. (2010), *Quadro di riferimento* cit., p.43.

Il clima collaborativo e cooperativo che si instaura all'interno del *laboratorio di matematica* promuove la riflessione che scaturisce dal confronto non competitivo intorno all'operato proprio e altrui. La conoscenza matematica che ne deriva, oltre a essere compartecipata e condivisa, risulta collegata a contesti di senso che la rendono spendibile nella realtà vissuta dall'allievo, sia in ambito scolastico che extrascolastico.

Il richiamo alla didattica laboratoriale presente nelle *Indicazioni per il curricolo* del 2012 è situato nella parte relativa alla scuola del primo ciclo:

*Realizzare attività didattiche in forma di laboratorio, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio, se ben organizzato, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri, e può essere attivata sia nei diversi spazi e occasioni interni alla scuola sia valorizzando il territorio come risorsa per l'apprendimento.*⁸⁴

Voglio sperare che una tale ubicazione da parte del legislatore non significhi che nell'ambito della scuola dell'infanzia non si consideri necessario attuare percorsi in forma laboratoriale, quanto piuttosto che lo si ritenga il principale e consueto modo di operare. In ogni caso, va sottolineato che la costruzione di contesti significativi entro i quali promuovere la costruzione della conoscenza e la sua condivisione rappresenta, anche per i bambini di scuola dell'infanzia, un'opportunità per consentire loro di meglio comprendere e affrontare la complessità della realtà in cui vivono.

I. 3. 2. La mediazione semiotica in didattica della matematica

I. 3. 2. 1. Polisemia degli artefatti

L'uso dell'artefatto per eseguire un compito nel contesto sociale del gruppo classe o sezione comporta un'intensa attività semiotica che comprende sia la produzione che l'interpretazione di segni. **Bartolini Bussi** e **Mariotti** evidenziano come questi segni, da un lato, sono legati all'artefatto in quanto strumento tecnico utile nell'esecuzione di un determinato compito, dall'altro, si possono ricondurre ai contenuti del sapere matematico che l'insegnante intende mediare. L'artefatto instaura quindi una duplice relazione: da una parte con il compito, cui offre possibilità di realizzazione, e dall'altra con la conoscenza, della quale incorpora significati sedimentati nel corso dello sviluppo storico-culturale. Alla duplice natura che caratterizza gli artefatti dal punto di vista cognitivo, si aggiunge la loro **polisemia** che, dal punto di vista didattico, costituisce un'indubbia ricchezza.

⁸⁴ La citazione, ripresa dalle vigenti *Indicazioni* del 2012 emanate dal Ministro Profumo, ricalca quasi alla lettera le precedenti indicazioni ministeriali del 2007, dalle quali mutua anche la collocazione all'interno del testo normativo. *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* cit., p.27.

... il legame tra artefatti e segni supera la pura analogia del loro funzionamento per la mediazione di un'attività umana. Essa si appoggia sulla relazione riconoscibile e reale tra particolari artefatti e particolari segni che nascono direttamente dai primi. Il legame tra artefatti e segni può essere facilmente riconoscibile, ma quello che deve essere sottolineato è il legame tra i segni e i contenuti da mediare e il modo in cui tutti questi legami possono essere sfruttati in una prospettiva educativa. [...] Il punto principale è quello di sfruttare il sistema di relazioni tra artefatto, compito e conoscenza matematica.⁸⁵

Un artefatto, proprio a causa della polisemia che lo qualifica, si presta a plurime interpretazioni a seconda delle conoscenze e competenze che il suo utilizzatore possiede ed effettivamente sfrutta nell'esecuzione di un compito. L'insieme dei differenti segni che si originano durante il suo concreto utilizzo si fondono all'interno di uno stesso sistema semiotico secondo il modello evolutivo di **Marx Wartofsky**. L'autore, nel saggio intitolato *Perception, Representation, and the Forms of Action: Towards an Historical Epistemology*, distingue tre tipologie di artefatto:

artefatto primario, strumento tecnico orientato verso l'esterno, direttamente usato per scopi intenzionali (ad esempio compasso, prospettografi, curvografi, ...), *artefatto secondario*, strumento psicologico orientato verso l'interno, usato nel mantenimento e nella trasmissione di specifiche competenze tecniche acquisite (ad esempio scrittura, schemi, tecniche di calcolo, trattati d'uso, ...) e *artefatto terziario*, sistema di regole formali che hanno perso l'aspetto pratico legato allo strumento (ad esempio le teorie matematiche).⁸⁶

Va sottolineato come, secondo Wartofsky, la relazione che lega artefatti e segni possa essere ricostruita anche nei casi in cui non appaia immediatamente o sembri addirittura dissolta. Come l'analisi a priori del potenziale semiotico dell'artefatto conduce a ipotizzare quali segni possa generare il suo utilizzo strumentale relativamente a un determinato compito, così l'analisi a posteriori degli stessi segni può farci risalire all'identificazione di un artefatto ormai celato in un più o meno coerente e standardizzato sistema semiotico.

1.3.2.2. Concetti quotidiani e scientifici

Se la relazione tra artefatto e compito trova espressione in segni situati che possono essere definiti come *tracce*, la relazione tra artefatto e conoscenza si esplicita attraverso sistemi semiotici condivisi, culturalmente determinati, che rimandano a ciò che viene comunemente riconosciuto come matematica. La relazione tra questi due sistemi di segni paralleli rimanda a quella individuata da **Vygotskij** tra “**concetti quotidiani**” e “**concetti scientifici**”.

Secondo l'autore lo sviluppo dei *concetti quotidiani* e *scientifici* del bambino si attua seguendo due linee di direzione opposta; mentre i *concetti quotidiani* si sviluppano dal basso verso

⁸⁵ Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

⁸⁶ Wartofsky, M. (1979), *Perception, Representation, and the Forms of Action: Towards an Historical Epistemology* cit.; citazione in: Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

l'alto, cioè dalle proprietà più elementari e inferiori verso quelle più complesse e superiori, i *concetti scientifici* si sviluppano dall'alto verso il basso seguendo un percorso diametralmente opposto. Nonostante lo sviluppo dei due diversi tipi di concetto si muova su opposti binari, esso si caratterizza per il legame profondo e bidirezionale che contraddistingue i due processi complementari che lo originano: come lo sviluppo del *concetto quotidiano* deve raggiungere un certo livello affinché il bambino possa assimilare il corrispettivo *concetto scientifico* e prenderne coscienza, così il *concetto quotidiano* dipende nel suo sviluppo da quello *scientifico*.

Il concetto quotidiano, che ha percorso una lunga storia del suo cammino dal basso in alto, ha aperto la strada alla germinazione ulteriore del concetto scientifico verso il basso, poiché ha creato una serie di strutture necessarie per la comparsa delle proprietà inferiori ed elementari del concetto. Così anche il concetto scientifico, che ha percorso una parte del cammino dall'alto verso il basso, ha aperto la strada per lo sviluppo dei concetti quotidiani, preparando una serie di formazioni strutturali necessarie per padroneggiare le proprietà superiori del concetto. I concetti scientifici germinano verso il basso mediante quelli quotidiani. I concetti quotidiani germinano verso l'alto mediante quelli scientifici.⁸⁷

La corrispondenza che traspare tra *concetti quotidiani* e *tracce*, da un lato, e *concetti scientifici* e *segni matematici*, dall'altro, induce l'insegnante a mediare tra i primi e i secondi al fine di scongiurare il rischio che si verifichi una scissione tra l'attività pratica degli studenti impegnati nell'esecuzione di un compito e l'elaborazione teorica di significati matematici che proprio lo svolgimento di quel compito, appositamente selezionato dall'insegnante, dovrebbe promuovere e sostenere.

1. 3. 2. 3. Insegnante come mediatore culturale e artefatti come strumenti di mediazione semiotica

Il passaggio dalle tracce ai significati matematici non si attua spontaneamente (se non in casi limitati e fortuiti), ma richiede l'opera di mediazione dell'insegnante che, consapevole della duplice relazione che l'artefatto intrattiene con il compito e col sapere, lo adotta come **strumento di mediazione semiotica**. È chiaro che l'artefatto può svolgere una tale funzione solo a condizione che l'insegnante vi ricorra con intenzionalità, attraverso un intervento didattico opportunamente progettato al fine di promuovere l'apprendimento di contenuti matematici. Nel lungo termine, il ricorso sistematico a uno o più artefatti come strumenti di mediazione semiotica, può generare negli allievi un sempre più consapevole sviluppo di significati matematici, utile a rinsaldare l'armonica continuità tra *concetti quotidiani* e *scientifici*. In tal senso l'artefatto esplica la sua azione di mediazione semiotica non solo a livello cognitivo, ma anche metacognitivo.

⁸⁷ Vygotskij L.S. (1934), *Pensiero e linguaggio* cit., p.287.

L'insegnante, che nel modello di Hasan impersona colui che media il contenuto o significato matematico incorporato nell'artefatto di cui si serve come mezzo, riveste il ruolo di **mediatore culturale**⁸⁸. Egli non solo cerca di portare alla luce e rendere trasparente il sapere nascosto nell'artefatto, ma promuove altresì la nascita di nuovi significati scaturenti dal concreto utilizzo strumentale dello stesso. A tal fine, nell'esecuzione del compito, così come nella risoluzione di una situazione problematica, acquistano particolare importanza le **consegne** che egli elabora per i suoi allievi. La pianificazione di tali consegne deve tener conto di molteplici fattori, tra i quali l'età degli allievi (i riceventi della mediazione), le caratteristiche dell'artefatto (il mezzo della mediazione) e gli elementi del sapere in gioco (i contenuti della mediazione).

Secondo **Bartolini Bussi**⁸⁹, nell'ambito delle attività laboratoriali, soprattutto in occasione delle prime esperienze di impiego degli artefatti, o comunque per l'introduzione di un nuovo artefatto anche di fronte a gruppi di studenti avvezzi a queste modalità di lavoro, si rivela particolarmente efficace la somministrazione di una serie ordinata di consegne, da assegnare a piccoli gruppi, a coppie, o anche individualmente, a seconda dell'età degli allievi a cui ci si rivolge. Nella scuola dell'infanzia è preferibile il lavoro a piccoli gruppi sorretto dalla presenza dell'insegnante che, partecipando alla conversazione come un facilitatore, sostiene, stimola, rispecchia e rilancia lo sviluppo delle idee favorendo così la costruzione di significati matematici condivisi.

Con la prima consegna, **Che cos'è?**, l'insegnante sollecita il pensiero narrativo che, oltre a fondare le successive conquiste scientifiche, permette di stabilire un legame tra l'artefatto e la conoscenza che incorpora, da un lato, e le esperienze e conoscenze pregresse dell'allievo, dall'altro; queste ultime favoriscono l'apprendimento significativo di quei contenuti matematici cui mira l'insegnante. Con la seconda consegna, **Come è fatto?**, l'insegnante incoraggia e sostiene l'esplorazione dell'oggetto artefatto; la scoperta delle sue parti costitutive, del come sono assemblate, delle relazioni spaziali che si instaurano tra le singole componenti dell'artefatto, conduce in modo spontaneo alla terza consegna, ovvero **Che cosa fa?** Attraverso questa domanda l'insegnante richiama l'attenzione degli allievi per orientarla alla funzionalità dell'artefatto, collegando in tal modo l'aspetto fisico-estetico e quello pratico-funzionale, come negli studi di ergonomia cui abbiamo precedentemente accennato⁹⁰. La quarta consegna, **Perché lo fa?**, introduce gli allievi all'esplorazione dei significati matematici incorporati nell'artefatto; è in questa fase che, utilizzando l'artefatto come strumento di mediazione semiotica, l'insegnante assume il ruolo di

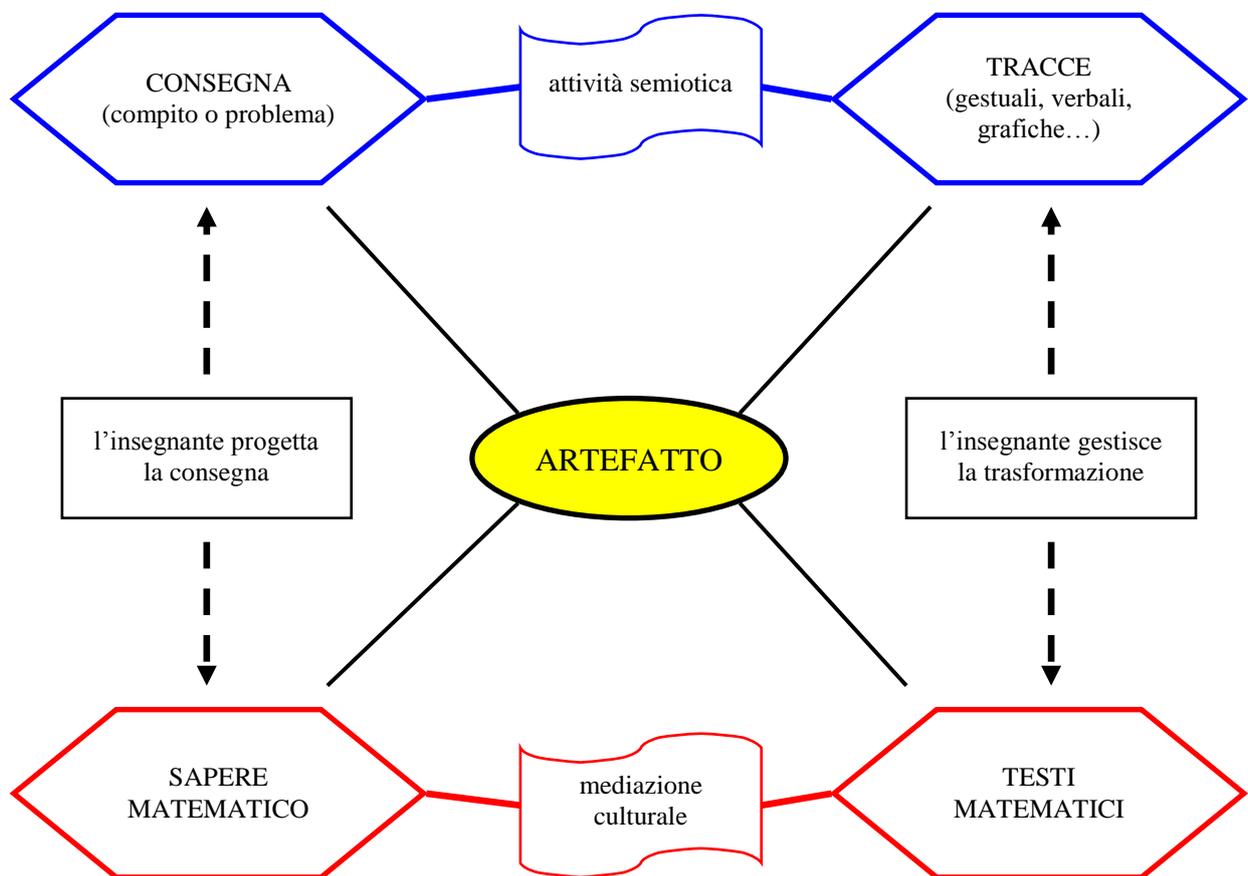
⁸⁸ Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

⁸⁹ Bartolini Bussi M.G. (2011), *Artefatti e segni nell'insegnamento-apprendimento della matematica: i primi anni* cit.

⁹⁰ Rabardel P., *Gli strumenti dell'uomo* cit.

mediatore culturale⁹¹. La richiesta di esplicitare le intuizioni maturate durante l'interazione con l'artefatto e di esprimere attraverso sistemi di segni, via via più convenzionali, le soluzioni elaborate per risolvere il problema/compito assegnato, induce gli allievi a riflettere sul loro stile di pensiero e promuove la costruzione dei significati matematici auspicati dall'insegnante.

In quest'ottica, l'adozione dell'artefatto come strumento di mediazione semiotica si rivela una strategia didattica idonea a stabilire una connessione tra le soluzioni studiate dagli allievi e quelle attese dall'insegnante. Al fine di transitare dalle une alle altre, l'insegnante è chiamato a far evolvere le tracce prodotte dagli allievi verso quei segni convenzionali di cui si nutrono i sistemi semiotici elaborati nel corso dello sviluppo storico-culturale della matematica.



⁹¹ La serie delle quattro consegne riportate si trova in: Bartolini Bussi M.G. (2011), *Artefatti e segni nell'insegnamento-apprendimento della matematica: i primi anni* cit.

I. 3. 2. 4. Diverse categorie di segni

Nel processo di mediazione semiotica è possibile distinguere diverse categorie di segni caratterizzati dal riferimento più o meno esplicito che li lega all'artefatto. **Bartolini Bussi e Mariotti** parlano di una **catena semiotica** che

...muove da segni altamente contestualizzati, strettamente legati all'uso degli artefatti, verso segni matematici che sono l'obiettivo dell'attività di insegnamento-apprendimento. [...] Poiché la presenza e lo statuto dei segni delle diverse categorie varia nel corso del processo, essi possono essere utilizzati come indicatori del percorso dai sensi personali ai significati matematici. Ci sono sostanzialmente tre tipi di segni: i segni artefatto, i segni matematici e i segni pivot.⁹²

I **segni artefatto** corrispondono alle tracce prodotte dagli allievi durante l'attività svolta con l'artefatto; essi sono in genere contestualizzati e riferiti all'esperienza del soggetto che vi attribuisce significati personali. Affinché questi significati vengano condivisi all'interno di un gruppo come la classe o la sezione è necessario che l'insegnante promuova il confronto e la negoziazione dei punti di vista che stanno alla base dei differenti impianti di costruzione del significato. Oltre all'esplicita richiesta di elaborare testi scritti (che nel caso di bambini di scuola dell'infanzia saranno perlopiù disegni) da confrontare e rendere oggetto di *discussioni matematiche* orchestrate dall'insegnante, l'organizzazione del lavoro a coppie e/o piccoli gruppi risulta un'utile strategia per la messa a punto di un sistema semiotico condiviso; il bisogno di comunicare al compagno o ai compagni le proprie intuizioni/perplessità/soluzioni, genera infatti un conseguente processo di produzione di segni che richiedono di essere interpretati, e quindi partecipati, per un'ulteriore comunicazione a terzi.

I *segni artefatto* possono essere di varia natura; essi spaziano dalle espressioni del volto ai gesti, dalle parole pronunciate a quelle scritte, dalle produzioni grafiche ad azioni motorie... Il sistema dinamico che i vari tipi di segni e le loro relazioni generano sono fortemente ancorati al contesto, ovvero situati, ma possono evolvere, grazie all'opera di mediazione dell'insegnante, verso quei segni culturalmente determinati che esprimono la relazione tra artefatto e sapere.

I **segni matematici**, pur mantenendo un legame con la situazione contestuale dalla quale hanno tratto origine, se ne distanziano per la maggior generalizzazione e formalità che li caratterizza. Nella teorizzazione operata da Chevallard, i *segni matematici* sono gli oggetti dell'insegnamento matematico; essi rappresentano il frutto della *trasposizione didattica* e corrispondono dunque al *sapere insegnato*.

⁹² Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

Il rapporto tra *sensu personale* e *significato* viene analizzato in: Leont'ev A.N. (1959), *Problemi dello sviluppo psichico*, trad. it. Roma, Editori Riuniti, 1976; un'ampia citazione del testo (p.244 e ss.) si trova in: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., pp.104-106.

I *segni matematici* si riferiscono al contesto matematico e sono collegati ai significati matematici condivisi nell'istituzione a cui appartiene la classe (es. scuola primaria; scuola secondaria) e possono essere espressi da una proposizione (es. una definizione, un enunciato da dimostrare, una dimostrazione) che soddisfa gli standard condivisi dalla comunità matematica. Questi segni sono parte dell'eredità culturale e costituiscono l'obiettivo del processo di mediazione semiotica orchestrato dall'insegnante.⁹³

Anche i *segni matematici*, così come le tracce che li fondano, possono essere differenti per natura (disegni, schemi, grafici, definizioni, istruzioni, racconti...), ma essi si differenziano dalle tracce o *segni artefatto* per la maggior rappresentabilità che li contraddistingue e quindi per il fatto che risultano leggibili e interpretabili anche da soggetti esterni al contesto nel quale sono stati prodotti. In sostanza i *segni matematici* sono più prossimi al sapere matematico (*sapere da insegnare* nella terminologia di Chevallard), di quanto non lo siano i *segni artefatto*.

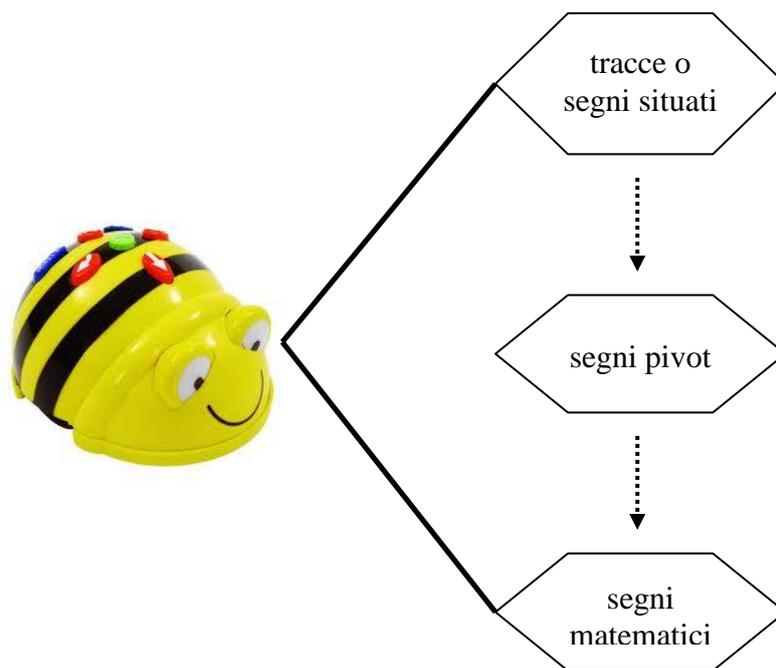
Nella catena semiotica che collega i *segni artefatto* ai *segni matematici* si incontrano altri segni che, pur riferendosi alle azioni strumentali compiute con l'artefatto, rimandano al sapere matematico che lo stesso artefatto incorpora. Questi segni intermedi vengono definiti **segni pivot**, in quanto fungono da perno nel favorire il passaggio tra le due categorie di segni precedentemente descritte e, di conseguenza, tra i due contesti che a esse si riferiscono. I *segni pivot* sono polisemici in quanto, da una parte, rimandano all'artefatto e ad aspetti riconducibili agli schemi d'uso emersi durante l'interazione con l'oggetto fisico, dall'altra, spostano la riflessione al contesto matematico vero e proprio in virtù del processo di generalizzazione che innescano.

Il loro significato è collegato al contesto dell'artefatto, ma assume generalità attraverso il suo utilizzo nel linguaggio naturale. Talvolta essi sono termini ibridi, prodotti e utilizzati all'interno della classe, ed intendono esprimere un primo distacco dall'artefatto, pur mantenendo il legame con esso, per non perdere il significato.⁹⁴

Nell'esperienza di tirocinio descritta nel prossimo capitolo, ad esempio, i bambini adottano (su suggerimento dell'insegnante) il termine "passometro" per indicare una sorta di bastone, lungo quanto il passo di un bambino, impiegato per misurare grandezze lineari. Si tratta proprio di un termine ibrido che, da un lato, rimanda al passo di Bee-bot, l'artefatto utilizzato da quel gruppo di bambini per meglio comprendere il concetto matematico di spazio, dall'altro, si ricollega all'unità di misura del sistema metrico decimale convenzionalmente riconosciuta, il metro appunto.

⁹³ Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij* cit.

⁹⁴ Ibidem.



I. 3. 3. Il “ciclo didattico”

Ho già più volte evidenziato come la transizione dai *segni artefatto* ai *segni matematici* e la conseguente costruzione di significati che essa comporta non sia un fenomeno spontaneo e di semplice realizzazione. Affinché l’artefatto rappresenti un effettivo strumento di mediazione semiotica, l’insegnante dovrà impiegarlo con intenzionalità e sistematicità. In primo luogo, è necessario che la proposta di attività con l’artefatto si integri nel quadro complessivo delle attività svolte in classe; inoltre, l’intervento didattico in questione va pianificato a priori e analizzato a posteriori mediante una specifica metodologia che **Bartolini Bussi** e **Mariotti** definiscono *ciclo didattico*.

Un *ciclo didattico* è costituito da una sequenza di azioni didattiche che, più che seguire un preciso ordine lineare, si susseguono in maniera circolare influenzandosi reciprocamente. In esso teoria e prassi didattiche non rappresentano due aspetti distinti del medesimo processo di insegnamento-apprendimento, bensì le fondamentali componenti di quello stesso complesso processo che comprende sia la progettazione che la riflessione intorno ai risultati degli esperimenti didattici proposti a un gruppo di allievi. “Per questa ragione, il costrutto del ciclo didattico offre un quadro sia per la pianificazione che per l’analisi di un esperimento didattico.”⁹⁵ Aggiungerei che

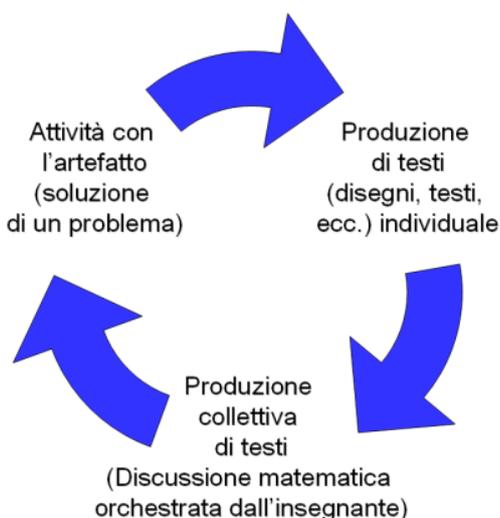
⁹⁵ Ibidem.

questo quadro di riferimento non è riservato alla professionalità docente, ma si estende in modo appropriato alle esigenze di organizzazione e approfondimento che anche gli studenti manifestano.

Il processo di insegnamento-apprendimento si articola in una serie di fasi che, secondo la metodologia qui proposta, si configurano come l'iterazione di più *cicli didattici* che comprendono differenti tipologie di attività. Tali attività non sono gerarchicamente ordinabili e si caratterizzano per l'interconnessione e la reciproca influenza che esercitano le une sulle altre. Esse sono:

- **Attività con artefatti** – Agli studenti viene offerto un artefatto (o più artefatti) che si rivela utile nell'esecuzione di un compito o nella risoluzione di un problema emerso precedentemente. L'artefatto (o la “rete di artefatti”) può essere presentato ufficialmente agli allievi come strumento di cui servirsi o essere messo a disposizione in modo più indiretto, magari aggiungendolo ai materiali e attrezzi che arredano il *laboratorio di matematica*. In ogni caso, l'attività che il suo utilizzo comporta in relazione al compito assegnato costituisce in genere il primo step del *ciclo didattico* che provoca le successive produzioni semiotiche (individuali e collettive).
- **Produzione individuale di segni** – Gli studenti sono individualmente coinvolti in diverse attività semiotiche, legate alla precedente sperimentazione compiuta con l'artefatto, le quali comportano l'elaborazione di segni di vario genere (gesti, disegni, produzioni orali o scritte...). Una particolare valenza assume in questo contesto la produzione di testi scritti, dato che i segni grafici, in virtù della permanenza che li differenzia dai gesti e dalle parole pronunciate, ma non fissate per iscritto, possono essere condivisi. Spesso la possibilità di far evolvere i *segni artefatto* individualmente prodotti dipende proprio dal confronto generato dalla condivisione degli stessi. È chiaro che le richieste dell'insegnante relative all'elaborazione di testi scritti varieranno a seconda dell'età e delle competenze del gruppo di allievi a cui si rivolge; nel caso di bambini di scuola dell'infanzia si può chiedere di disegnare l'artefatto, in modo da evidenziarne le parti costitutive, oppure di spiegarne il funzionamento, sempre attraverso il disegno. I materiali così prodotti possono divenire l'oggetto di successive *discussioni matematiche* che innescano l'ulteriore tappa del *ciclo didattico*.
- **Produzione collettiva di segni** – Anche i segni collettivamente prodotti possono essere differenti per natura, spaziando dalle improvvisazioni mimiche cui prendono parte più attori, sino alle studiate produzioni collettive di testi scritti (disegni, mappe, istruzioni per l'uso, testi teatrali, narrativi...), passando per le discussioni collettive, produzioni orali che, per l'importanza attribuita al linguaggio in ambito scolastico, rivestono un ruolo cruciale nel processo di insegnamento-apprendimento. In particolare la *discussione matematica* si

configura come un confronto che impegna gli allievi di una classe/sezione in un discorso matematico proposto e sorretto dall'insegnante. Va chiarito che la *discussione matematica* (che peraltro può essere registrata in vario modo) non si esaurisce nella sola componente verbale, seppur preponderante; ogni intervento verbale che la compone è infatti accompagnato dalla mimica e dalla gestualità del suo autore, aspetti che talvolta risultano fondamentali per la comprensione e l'interpretazione del messaggio verbale.



Il ciclo didattico

1. 3. 3. 1. La “discussione matematica”

Bartolini Bussi, Boni e Ferri, in *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, affermano che:

una discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento-apprendimento.⁹⁶

L'originalità della definizione, che rimanda al quadro teorico di derivazione vygotskiana della mediazione semiotica, sta nell'adozione dei termini “voce” da **Bachtin** e “motivo” da **Leont'ev**. Una voce indica

una forma di discorso e di pensiero che rappresenta il punto di vista di un soggetto, il suo orizzonte concettuale, il suo intento e la sua visione del mondo. Una voce ha quindi una

⁹⁶ Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., p.7.

componente interna (*pensiero*) ed una componente esterna (*discorso*), che rende possibile la comunicazione, l'interpretazione e tutte quelle forme di controllo che passano attraverso le rappresentazioni esterne. Una voce rappresenta l'appartenenza ad una particolare categoria sociale e culturale ed è quindi ricollegabile ad un ruolo nel dramma, metaforicamente richiamato nella legge genetica di Vygotskij. Tuttavia, perché le diverse voci siano riconosciute (ed interiorizzate) dai partecipanti, è necessario tempo per la loro articolazione esplicita.⁹⁷

Le autrici del testo da cui è tratta la citazione evidenziano come generalmente in classe, non solo si tenda a non concedere il tempo necessario al riconoscimento delle diverse voci, ma addirittura ci si muova in direzione dell'annullamento delle voci divergenti rispetto a quella dell'insegnante che, anziché dialogare con gli allievi, impone loro il suo monologo. Lo stesso Bachtin riconosce nella matematica, in quanto *scienza esatta*, un esempio paradigmatico di “forma monologica di sapere”, da contrapporsi alle *scienze umane* che rappresentano “forme dialogiche di sapere”⁹⁸. L'intento è quello di superare questa contrapposizione, rompendo lo schematismo imperante nelle finte discussioni che avvengono nelle classi in cui gli unici interventi riconosciuti sono quelli che offrono sostegno al monologo recitato dall'insegnante.

Nella *discussione matematica*, come nel romanzo di Dostoevskij⁹⁹, emerge la natura dialogica del pensiero umano; come nell'opera dello scrittore russo la voce dei diversi personaggi, o le voci di uno stesso personaggio, rivelano il ruolo da essi recitato nel dramma dell'esistenza, così nella *discussione matematica* ogni intervento va valorizzato in quanto espressione del particolare punto di vista di un soggetto, coerente con gli aspetti affettivi, cognitivi e socio-culturali che l'hanno determinato.

Il termine “motivo” rimanda invece a Leont'ev, che lo usa per indicare “l'oggetto globale dell'attività collettiva”, ovvero l'obiettivo raggiungibile a lungo termine; esso risulta coerente con le singole azioni che compongono l'attività in questione, pur non coincidendo con gli obiettivi specifici che riguardano tali azioni¹⁰⁰.

⁹⁷ Ibidem (i corsivi sono nel testo).

⁹⁸ Ibidem.

⁹⁹ L'accenno a Dostoevskij rinvia allo stesso Bachtin che ha paragonato il romanzo dell'autore russo alla polifonia in: Bachtin M. (1968), *Dostoevskij: poetica e stilistica*, trad. it. Torino, Einaudi (vd. citazione in: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., p.110).

Lo stesso accenno rivela inoltre il mio personale interesse per la letteratura russa, e per l'opera di Dostoevskij in particolare. A questo proposito ricordo il disagio che mi creava la consuetudine dostoevskiana di chiamare lo stesso personaggio con più nomi (patronimico, diminutivo, vezzeggiativo...) e la fatica spesa nel ricreare il profilo di ogni personaggio, dato dalla composizione delle sue diverse voci, appunto, voci/storie che tessono un quadro d'insieme entro cui i vari personaggi acquistano spessore e significati sempre più profondi.

¹⁰⁰ Per chiarire il significato attribuito da Leont'ev ai termini “attività” e “azioni” rimando all'ampia citazione di: Leont'ev A.N. (1975), *Attività, coscienza, personalità*, trad. it. Firenze, Giunti Barbera, 1977, contenuta in: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., pp.84-87.

I. 3. 3. 2. “Polifonia di voci”

La *discussione matematica* intesa come “polifonia di voci” che dialogano intorno a un “motivo”, che rappresenta l’obiettivo dell’attività di insegnamento-apprendimento, risulta essere una *modalità* di mediazione¹⁰¹ perfettamente in linea con i costrutti vygotiskiani di *internalizzazione* e *zona di sviluppo prossimale* sopra esposti.

L’insegnante introduce la discussione esplicitandone chiaramente l’oggetto, ovvero il tema/“motivo” per il quale si discute, e orienta i diversi interventi, le “voci” degli allievi, evitando che il discorso diventi dispersivo. Il ruolo guida dell’insegnante, determinato dalla posizione asimmetrica che egli occupa rispetto agli allievi, gli permette di esprimere nella discussione matematica una voce importante dal punto di vista educativo-didattico. L’insegnante si fa infatti portavoce di quella cultura/conoscenza/sapere matematico verso cui si vogliono condurre gli allievi. D’altro canto, le diverse voci degli allievi, che costituiscono una trama sonora a simmetria variabile, vengono accolte dall’insegnante che sa valorizzare sia le voci imitanti che l’originalità degli interventi che l’intrinseca polisemia dell’artefatto è in grado di sprigionare.

Nella *discussione matematica* trovano spazio tutte le voci che esprimono una relazione col “motivo” che la anima, non solo quelle in sintonia con la voce dell’insegnante. Quest’ultima è una voce che dialoga con tutte le altre voci, a volte anche silenti o lontane nello spazio e nel tempo (“voce della storia”), che prendono parte alla discussione; la peculiarità di questa voce è che in essa risiede quel sapere matematico verso cui si tende, sapere che non è escluso sia presente in germe e/o scarsamente formalizzato anche in altre voci.

I. 3. 3. 3. Strategie didattiche non-direttive

Si profila così la funzione maieutica che l’insegnante è chiamato a svolgere nel dipanarsi del processo di insegnamento-apprendimento. Per svolgere una tale funzione l’insegnante può servirsi di svariate strategie, tra le quali l’uso di domande aperte, l’adozione della tecnica del rispecchiamento e la promozione del *problem solving* (sia autonomo che di gruppo), si rivelano particolarmente utili nel favorire la costruzione di significati matematici e il conseguente incremento delle conoscenze e metaconoscenze riconducibili all’area disciplinare/campo di esperienza di cui ci occupiamo.

Le **domande aperte**, a differenza di quelle chiuse del tipo SI/NO o VERO/FALSO, invitano l’allievo a riformulare i suoi interventi, favorendo così una riorganizzazione cognitiva delle

¹⁰¹ Si veda il modello di Hasan.

sue conoscenze. Inoltre, le domande aperte risultano meno direttive rispetto a quelle chiuse e meno condizionate dall'aspetto valutativo.

Queste stesse caratteristiche si possono ascrivere alla pratica di derivazione psicanalitica del **rispecchiamento**¹⁰². La tecnica dell'intervento a specchio è stata messa a punto da **Carl Rogers**, esponente della corrente umanistica della psicologia (Allport, Maslow, Rogers), che se ne serviva a scopo terapeutico durante il cosiddetto colloquio non-direttivo o "centrato sul cliente". Le applicazioni della teoria rogersiana, operate in ambito educativo da **Lucia Lumbelli**, hanno diffuso la tecnica del rispecchiamento nel contesto scolastico. Essa consiste sostanzialmente nella ripresa dell'intervento di uno studente, scevra di elementi di carattere valutativo, sia positivi che negativi. È infatti implicito che un insegnante che esprime giudizi positivi, possa altresì produrne di negativi. L'assenza di valutazione rientra nell'ottica della valorizzazione dei differenti processi di apprendimento e considera l'errore come parte integrante di questi processi, possibile generatore di conflitti cognitivi che richiedono di essere risolti.

Esistono diverse tecniche di rispecchiamento; in ambito educativo si rivelano particolarmente efficaci:

- il **rispecchiamento a eco**, che consiste nella ripresa di una parola-chiave del discorso o nella fedele riproduzione delle ultime parole, può servire a incoraggiare l'allievo a continuare o approfondire il suo intervento;
- la **ricapitolazione** o **riepilogo**, ovvero la riformulazione riassuntiva di uno o più interventi dei partecipanti alla discussione, si rivela utile nella generalizzazione o ricontestualizzazione di aspetti salienti del discorso con lo scopo di renderli maggiormente comprensibili al gruppo o a singoli allievi, magari più deboli;
- il **rispecchiamento con informazione** prevede la possibilità di integrare gli interventi degli studenti con ulteriori informazioni, utili nella risoluzione dei problemi proposti; esso offre inoltre all'insegnante la possibilità di inserire termini specifici del lessico legato al sapere in gioco, nel nostro caso matematico.

In tal modo l'autonoma attività di **problem solving** si può avvalere, oltre che degli apporti offerti dalle "voci" dei pari, della professionale "voce" dell'insegnante che si fa mediatore del sapere matematico.

¹⁰² La seguente descrizione della tecnica del rispecchiamento è tratta da una personale rielaborazione di appunti di studio relativi agli esami di psicologia e pedagogia sostenuti durante il corso di studi in Scienze della Formazione Primaria e, in particolare, al laboratorio tenuto dal professor Antonio Gariboldi sugli stili educativi nella scuola dell'infanzia cui ho partecipato nel marzo del 2009. È interessante notare come uno stile educativo non-direttivo risulti perfettamente consonante con l'azione di regia richiesta all'insegnante durante lo svolgimento di una *discussione matematica*.

Per approfondimenti si veda: Gariboldi A. (2007), *Valutare il curricolo implicito nella scuola dell'infanzia*, Bergamo, Edizioni Junior, e inoltre: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., pp.17-19.

Tra le diverse tipologie di *discussione matematica*, mi sembra doveroso segnalare la differenza tra **discussione di bilancio** e **discussione di concettualizzazione**. La prima mira alla socializzazione e valutazione collettiva dei processi individuali al fine di ricostruire una o più rappresentazioni o soluzioni condivise e coerenti con quelle costruite a livello adulto per mezzo di concetti e procedure matematiche; la seconda va intesa come un processo di costruzione, attraverso il linguaggio, dei possibili collegamenti tra le esperienze vissute dagli allievi e particolari termini matematici opportunamente selezionati dall'insegnante¹⁰³.

L'**istituzionalizzazione** che dovrebbe seguire qualsivoglia tipo di discussione ha lo scopo di esplicitare le regole, procedure, soluzioni individuate; l'abitudine di fissare per iscritto i processi seguiti e i prodotti ottenuti rappresenta una strategia che agevola l'appropriazione del sapere in gioco sia da parte dei singoli allievi che dell'intero gruppo classe o sezione.

Se i differenti punti di vista adottati dagli allievi nell'interazione con l'artefatto favoriranno, o al contrario inibiranno, la costruzione di determinati significati matematici, è anche vero che la negoziazione e ricostruzione di questi stessi significati, sostenuta dall'azione di mediazione svolta dall'insegnante durante la *discussione matematica*, amplierà progressivamente la prospettiva degli allievi che vi partecipano. In questo modo, non solo si arricchirà l'iniziale visione di ogni singolo allievo, ma verrà altresì costruita ex-novo una comune *weltanschauung* che incrementerà il ventaglio dei possibili significati insiti nell'artefatto. Appare qui evidente come il richiamo alla didattica laboratoriale non costituisca un *optional* utile ad avvalorare la metodologia proposta, bensì una condizione necessaria della stessa.

Nell'intento di dar vita a un autentico *laboratorio di matematica* per bambini è stato condotto l'esperimento didattico che presenterò nel prossimo capitolo.

¹⁰³ Cfr. Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., pp.10-15.

CAPITOLO II

Artefatti fatti ad arte

INTRODUZIONE

L'esperienza didattica che presenterò in questo secondo capitolo è nato nell'ambito del progetto di matematica *Artefatti fatti ad arte* coordinato dalla professoressa Maria Giuseppina Bartolini Bussi nell'anno accademico 2009/2010, anno di nascita del progetto tutt'ora in atto. Esso si inserisce nel filone degli studi condotti dal Nucleo di Ricerca in Didattica della matematica su artefatti e mediazione semiotica attivo presso l'Università di Modena e Reggio Emilia ed è rivolto sia ai tirocinanti del corso di studi in Scienze della Formazione Primaria, per i quali costituisce una necessaria formazione iniziale, sia ai docenti eventualmente disposti ad accoglierli come *tutor*, per i quali rappresenta un'opportunità di formazione in servizio.

Nel mio caso l'adesione al progetto costituiva il punto di partenza per l'esperienza di tirocinio del IV anno, che mi ha impegnata nella progettazione, conduzione, valutazione e documentazione di un percorso didattico proposto ai bambini frequentanti l'ultimo anno della Scuola dell'infanzia di Campitello in provincia di Mantova. La mia *tutor* accogliente, Rita Reggiani, pur non avendo seguito gli incontri di formazione tenutisi presso la facoltà universitaria di Reggio Emilia, ha attivamente collaborato con me, mostrando grande interesse, apertura e sensibilità nei riguardi dei contenuti e della metodologia proposti.

Nella fase collegiale di progettazione ho avanzato le idee che nascevano dalle mie conoscenze teoriche, cercando di calarle nello specifico contesto del gruppo di bambini osservato e rispettando le perplessità avanzate dal gruppo docente. L'attenta osservazione delle dinamiche conoscitive dei bambini e la valutazione in itinere delle loro "risposte", anche a livello comportamentale, ci ha permesso di tessere trama e ordito di un progetto comune sulla base del canovaccio iniziale da me predisposto.

II. 1. ESPERIMENTO DIDATTICO

II. 1. 1. Il contesto socio-culturale

La Scuola dell'infanzia di Campitello fa parte dell'Istituto Comprensivo di Castellucchio in provincia di Mantova. L'I.C. comprende quattro scuole dell'infanzia, cinque primarie e due secondarie di primo grado. A Campitello, che è la frazione più estesa e popolosa del Comune di Marcara, sono presenti tutti e tre gli ordini scolastici che da anni collaborano a progetti di continuità, sia verticale che orizzontale. Il paese si fonda su un'economia prevalentemente agricola, ma non mancano piccole e medie imprese che offrono lavoro anche a una ben integrata popolazione di immigrati. La rete dei servizi è piuttosto articolata: a Campitello è presente una delegazione comunale, una sede dell'A.S.L. provinciale, l'Ufficio Postale, due banche e diversi esercizi commerciali; ogni domenica mattina la piazza del paese ospita un vasto mercato che richiama numerosi visitatori dai paesi limitrofi e non solo.

Edificata nella prima metà degli anni '70, la Scuola dell'infanzia di Campitello accoglie bambini/e dai trenta mesi ai sei anni e nell'anno della sperimentazione didattica proposta, il 2009/2010, contava 64 iscritti, suddivisi in due sezioni d'età eterogenea. Tale suddivisione rispondeva più a esigenze di ordine amministrativo che a scelte di carattere pedagogico; la maggior parte delle attività educative e didattiche veniva infatti svolta per gruppi d'età omogenea. A tal fine al mattino si sfruttava la compresenza delle insegnanti (6 in tutto, di cui 3 a tempo pieno e 3 con servizio part-time verticale); al pomeriggio un'insegnante, affiancata da un'educatrice concessa dal Comune, vegliava il riposo dei bambini di tre e quattro anni, mentre un'altra si occupava delle attività didattiche coi bambini di cinque anni. Quest'ultimo gruppo era composto da 15 bambini (7 maschi e 8 femmine, di cui 3 stranieri) ed è con loro che ho svolto le ore previste per il tirocinio del IV anno.

A causa dei miei impegni lavorativi (sono educatrice in un asilo nido del Comune di Mantova a tempo pieno) sono stata costretta a distribuire queste ore in un arco di tempo piuttosto lungo, da novembre 2009 a maggio 2010. D'accordo con le insegnanti, ho effettuato i miei interventi didattici prevalentemente al pomeriggio con cadenza settimanale. I bambini frequentanti il pomeriggio erano in media una decina; il numero contenuto mi ha permesso di lavorare spesso con l'intero gruppo classe, anche se non sono mancate attività a coppie e di piccolo gruppo, come avevo previsto in fase progettuale.

II. 1. 2. Il “sapere in gioco”: presentazione del progetto

Nell’analisi del potenziale semiotico di Bee-bot effettuata nel primo capitolo, riferendomi agli *Orientamenti* del 1991, ho evidenziato contenuti del sapere aritmetico (**raggruppare, ordinare, contare, misurare**) e del sapere geometrico (**localizzare**). È principalmente in questa seconda direzione che si è mosso il mio progetto, senza tralasciare lo sviluppo di quegli atteggiamenti trasversali (**porre in relazione, progettare, inventare**) che riguardano “gli usi e i valori sociali della matematica in situazioni opportune per i bambini della scuola dell’infanzia”¹⁰⁴.

In fase progettuale, oltre a collocare i contenuti del percorso nel quadro degli obiettivi formativi indicati dalle insegnanti della Scuola dell’infanzia di Campitello nella loro progettazione annuale, ho indicato alcune specifiche finalità del progetto *Artefatti fatti ad arte*:

- orientamento spaziale e lateralizzazione;
- identificazione e ordinamento di punti di riferimento;
- misurazione di spazi e distanze con strumenti non convenzionali;
- comprensione della relatività del punto di vista;
- costruzione di modi di rappresentare lo spazio condivisi;
- capacità di fornire indicazioni spaziali.

Il progetto che ho proposto è nato dalla volontà di esplorare le possibilità offerte alla **comprensione e rappresentazione spaziale** dall’interazione dei bambini con **Bee-bot**, un artefatto secondario che, secondo la mia *analisi a priori* incorpora significati matematici utili a tal fine. L’idea iniziale era quella di riprodurre gli spazi scolastici a misura di Bee-Bot in modo da incrementare le conoscenze geometrico-matematiche dei bambini e in particolare la loro consapevolezza circa l’esistenza di modalità più o meno convenzionali di rappresentare lo spazio. Rivolgendomi a un gruppo di bambini di 5 anni che frequentava lo stesso edificio scolastico da più di due anni, non si ponevano problemi di conoscenza dei vari ambienti e di orientamento nello spazio-scuola di ordine pragmatico, tuttavia un maggior livello di consapevolezza spaziale ha richiesto un’analisi di questo *macrospazio* volta non tanto al suo concreto utilizzo, quanto alle capacità di descriverlo e rappresentarlo attraverso diversi linguaggi e simboli più o meno condivisi socialmente. Il risultato finale è stato una più modesta riproduzione in scala degli spazi di una sola aula dell’intero edificio, ma considero estremamente interessante il percorso che ci ha condotti a questo traguardo parziale. Avevo peraltro dichiarato in fase progettuale che il mio interesse era volto più ai **processi di costruzione di significati matematici** che non alla realizzazione di prodotti originali.

¹⁰⁴ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p.9.

Ho quindi impiegato Bee-Bot come un fondamentale momento del **ciclo didattico** che affianca all'*attività con l'artefatto*, la *produzione individuale di segni* e la *conversazione matematica* quale presupposto alla produzione collettiva di segni condivisi¹⁰⁵. Lo scopo era quello che l'**artefatto** potesse divenire per ogni singolo bambino e per il gruppo uno **strumento**, ovvero che si caricasse di quei particolari significati che il contesto d'utilizzo era in grado di generare sia a livello individuale che sociale. Se alcuni di questi significati sono stati da me previsti in fase progettuale, altri sono emersi in itinere attraverso la sperimentazione diretta e la conseguente costruzione di schemi d'uso da parte dei bambini.

II. 1. 3. Le fasi del progetto

Nell'esposizione delle fasi attuative del progetto ho volutamente mantenuto i riferimenti temporali e gli elementi di analisi emersi durante il tirocinio, per non privare l'esperienza di quel carattere situato che la successiva *analisi a posteriori* sarà incaricata di far evolvere. Inoltre, l'originaria esposizione dell'esperienza costituisce una sorta di "storia" che concretizza gli aspetti narrativi, oltre che paradigmatici, del pensiero che la fonda. Questa mia scelta evidenzia la prospettiva di **ricerca-azione** nella quale, consapevolmente, ho inteso calare il mio lavoro. L'immagine di **insegnante-ricercatore** cui aspiro non può che intendere l'apprendimento, sia proprio che degli studenti a cui si rivolge, come un processo che impegna il soggetto in continui aggiustamenti e correzioni del percorso verso la conoscenza in base all'analisi critica dell'esperienza precedente.

II. 1. 3. 1. "Che cos'è lo spazio?"

Non avendo a disposizione da subito Bee-bot, nel mese di novembre ho introdotto il progetto *Artefatti fatti ad arte* con una *conversazione matematica* dal tema "Che cos'è lo spazio?", che mi ha permesso di sondare alcune pre-conoscenze dei singoli bambini e del gruppo e di creare in loro interesse per l'argomento. Si è trattato di una *discussione di concettualizzazione* volta a costruire, attraverso il linguaggio, dei collegamenti tra le precedenti esperienze vissute dai bambini e particolari termini matematici che nel corso del nostro lavoro sono divenuti familiari all'intero gruppo. Riporto alcuni stralci della *conversazione*:

¹⁰⁵ Pur considerando i medesimi aspetti *epistemologici, cognitivi e didattici* che caratterizzano la *discussione matematica*, ho preferito adottare il termine *conversazione* per designare la particolare "polifonia di voci" che scaturisce nel contesto della scuola dell'infanzia. Per approfondimenti rimando a: Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit.

Insegnante: *Che cos'è lo spazio?*

Sebastiano: Una cosa grossa, grossa così! (mostra con le braccia aperte un'ampia area davanti a sé)

Sofia: (forse influenzata dal gesto di Sebastiano) Lo spazio è un rotondo.

Ingrid: Lo spazio è una cosa rotonda e blu che sta sopra di noi.

Mitja: Lo spazio non è una cosa sola... è tutto il mondo!

Jacopo: Una persona, quando si sposta, lascia dello spazio libero per qualcun altro.

[...]

Insegnante: *Sapete indicarmi uno spazio che conoscete bene?*

Mitja: (immediatamente e con eccitazione) L'angolo delle costruzioni!

Martina: L'angolo dei libri.

Jacopo: Lo spazio del capofila, dove si segna il tempo e il giorno della settimana.

Sebastiano: Dove si dorme è uno spazio, solo che noi grandi non ci andiamo più...

Sofia: Anche il giardino è uno spazio, però grande!

Insegnante: *Avete uno spazio preferito?*

Tutti: Sìiiii... Io ce l'ho! (confusione)

Iris: Il mio spazio preferito è il letto, perché è morbido e ci faccio i salti!

Ingrid: La vasca da bagno!!! (tutti ridono) Io dentro alla vasca ci sto comoda allungata e mi rilasso!

Mitja: Il mio spazio preferito è l'angolo delle costruzioni.

Hoyame: Anch'io! L'angolo delle costruzioni.

[...]

Insegnante: *Dov'è lo spazio? Dove possiamo trovarlo?*

Ingrid: Dentro alle cose rotonde c'è lo spazio.

Mitja: Sì, se io faccio un cerchio... dentro c'è lo spazio.

Insegnante: *E se io disegno un quadrato? (traccio una figura quadrata su un foglio)*

Tutti: Anche nel quadrato c'è lo spazio.

Jacopo: Lo spazio c'è dentro a tutte le cose!

Insegnante: *E fuori?*

Sofia: Anche fuori, in giardino!

Jacopo: Ma fuori dal cerchio non c'è niente...

Ingrid: Anche dentro se c'è un buco! (mostra ai compagni uno stendino circolare per i panni, presente nell'angolo della cucina, nel quale infila un braccio per dimostrare la sua tesi)

Hoyame: E' vero, nei cerchi rotondi c'è solo un buco.

Mitja: Ma nel buco ci puoi mettere delle cose; c'è posto per qualcosa...

Sebastiano: Lo spazio c'è da tutte le parti, anche nei posti nascosti!

[...]

Mitja: Il mio spazio preferito è l'angolo delle costruzioni.



Sofia: Il mio spazio preferito è il giardino.



Iris: Il mio spazio preferito è il letto.



Sebastiano: Il mio spazio preferito è quello del gioco degli animali.

SEBASTIANO
Il mio spazio preferito è quello del gioco degli animali.



La *conversazione* è durata circa mezz'ora. Alla fine tutti concordavano sul fatto che lo spazio è ovunque: dentro e fuori tutte le "cose" e le figure rotonde, quadrate, triangolari "come il tetto"... Dopo questa sorta di *istituzionalizzazione*, ho proposto ai bambini di disegnare il loro spazio preferito. Io e Rita abbiamo notato che quasi tutte le produzioni grafiche individuali mostrano un tratto comune: lo spazio che ogni bambino ha scelto di rappresentare non è semplicemente contenuto nel foglio bianco, ma in una porzione ben delimitata dello stesso, spesso una figura geometrica.

Per quanto concerne i contenuti della *conversazione*, non mi aspettavo che i bambini inquadrassero da subito il tema "*Che cos'è lo spazio?*" in termini matematici. Nonostante non siano mancate risposte relative allo spazio cosmico, la *conversazione* ha lasciato chiaramente emergere l'idea di "spazio come contenitore di tutti gli oggetti materiali" e in parte come "qualità relativa alla posizione del mondo degli oggetti materiali".

Entrambi i concetti di spazio sono libere creazioni dell'immaginazione umana, mezzi progettati per una più facile comprensione della nostra esperienza sensibile.¹⁰⁶

II. 1. 3. 2. Lo spazio, il corpo e il movimento¹⁰⁷

Nella stesura del progetto ho parlato di "svariate produzioni semiotiche" con l'intento di sfruttare diversi linguaggi, da quello dei segni grafici a quello più propriamente linguistico, passando attraverso il movimento corporeo che, in questa fascia d'età, costituisce un bisogno e una risorsa al contempo. Le conoscenze spaziali legate al movimento corporeo mi hanno infatti permesso di introdurre alcuni concetti utili al successivo lavoro con l'artefatto.

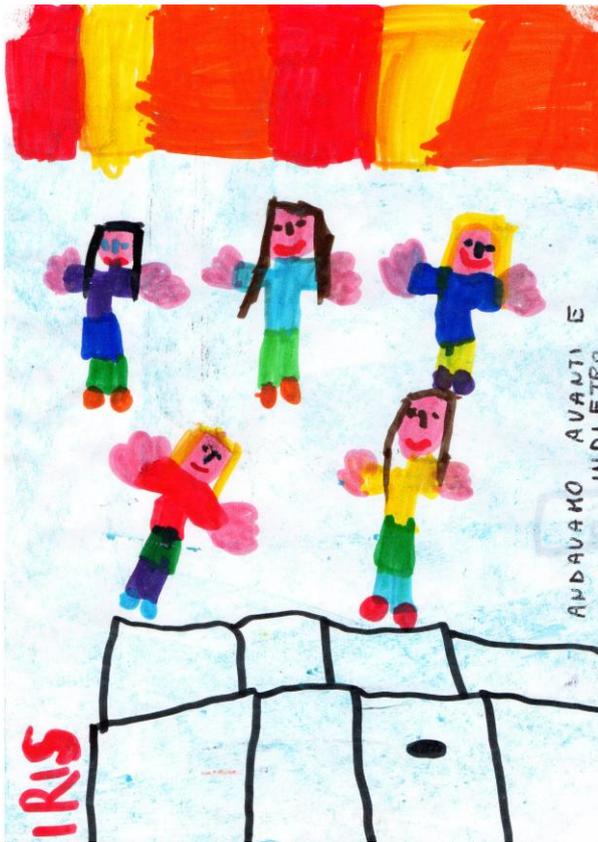
Nella sala motoria ho proposto di camminare in ordine sparso, sperimentando diverse andature e utilizzando tutto lo spazio a disposizione o porzioni limitate dello stesso. Alla richiesta di muoversi nella stessa *direzione* il gruppo è parso dapprima disorientato, poi ha cominciato a seguire Rita che si dirigeva verso di me che stavo infondo alla sala. Il suggerimento di scegliere una parete comune verso la quale dirigersi ha, di volta in volta, orientato la camminata del gruppo verso una delle pareti della sala, permettendo di sperimentare lo spazio a disposizione nelle quattro fondamentali direzioni.

¹⁰⁶ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p. 121.

¹⁰⁷ *Il corpo e il movimento* è uno dei sei campi d'esperienza individuati negli *Orientamenti* del 1991; l'accostamento del concetto geometrico di *spazio* ai due termini *corpo* e *movimento* è riferibile a quel bisogno di riallacciare competenze senso-motorie e conoscenze matematiche di cui parla anche Papert quando auspica una didattica scolastica dell'apprendimento sintonico, anziché dissociato (vd. Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit.).

Un altro interessante concetto sperimentato con il corpo è stato quello di *rotazione*. Richiesti di fare un giro completo intorno a loro stessi, la maggioranza dei bambini si è girata in direzione opposta compiendo mezzo giro o ha girato velocemente sul proprio asse fermandosi a caso. Invitati a compiere lentamente un giro completo, e guidati se necessario, i bambini si sono resi conto che lo scenario che compariva davanti a loro prima e dopo il giro era il medesimo. Con l'ausilio di domande-guida poste dall'insegnante prima e dopo la rotazione (“Cosa vedi davanti a te?”, “Ed ora, cosa vedi?”, “È cambiato lo scenario?”), i bambini si sono resi conto della differenza tra *mezzo giro* e *giro completo*. In questa fase non ho introdotto il concetto di *quarto di giro*, propedeutico al riconoscimento di destra e sinistra, perché mi sembrava prematuro.





Ho invece approfittato della situazione per introdurre il concetto di *punto di riferimento* che ci è servito nell'incontro successivo e durante l'intero percorso. In una delle nostre *conversazioni matematiche* ho chiesto ai bambini di elencarmi i vari spazi della scuola; dopo essersi confrontati tra loro mi hanno indicato: il salone di intersezione, l'aula gialla dei grandi, quella azzurra dei mezzani e quella rossa dei piccoli, il dormitorio, la sala mensa, la sala motoria, il bagno, l'ufficio e il giardino. Per renderci ben conto della disposizione spaziale delle varie aule e sale le abbiamo visitate insieme. Ci siamo poi divisi in due gruppetti per fare alcuni esperimenti: mentre un gruppo bussava a una parete, l'altro nella stanza attigua ne individuava la posizione e rispondeva ai colpi; viceversa, visto il posizionamento di un gruppo in un'aula, l'altro si recava in quella vicina nel punto ritenuto più opportuno per comunicare. Questi divertenti esperimenti hanno permesso ai bambini di costruire una sorta di *piantina della scuola* con dei grossi blocchi colorati. Poiché i diversi *punti di vista* dei bambini disposti in cerchio condizionavano alcune collocazioni spaziali, abbiamo stabilito dei *punti di riferimento* (cancello e porta d'entrata) e siamo usciti per verificare in quale ordine si presentassero i diversi spazi considerati. La verifica empirica ha chiarito a tutti la relativa collocazione di questi spazi e ha consentito una prima rudimentale rappresentazione spaziale condivisa.



A questa rappresentazione spaziale ne è seguita un'altra in palestra realizzata dai bambini con il materiale psico-motorio. Drammatizzando per gioco le loro azioni nello spazio-scuola così realizzato, i bambini hanno aumentato la loro consapevolezza circa la reciproca posizione degli ambienti scolastici, ma si sono resi conto del mancato rispetto delle proporzioni degli stessi. Il mio problema era quindi condurli alla misurazione e riduzione in scala degli spazi considerati; ma come? La pausa delle vacanze natalizie e l'arrivo di Bee-bot mi hanno permesso di aggirare l'ostacolo immediato e risolvere il problema a lungo termine.



II. 1. 3. 3. Bambini e Bee-bot nello spazio

In gennaio la scimmietta Bea, una sorta di mediatore didattico che accompagna i bambini della Scuola dell'infanzia di Campitello da ormai due anni, ha presentato al gruppo Bee-bot. I bambini hanno trovato Bea, che si era nascosta, con un pacco regalo e un messaggio indirizzato a ognuno di loro. Il messaggio ripercorreva alcune delle esperienze spaziali vissute dai bambini nei mesi precedenti e introduceva un termine sconosciuto, *artefatto*, che sarebbe divenuto familiare e centrale nel nostro percorso.

Spazi pieni e spazi vuoti
linee aperte e linee chiuse
spazi grandi e piccolini
dove sognano i bambini...
Per capir come son fatti
qui ci voglion gli artefatti
e l'artefatto ideale
viene dritto dall'alveare
un alveare di fantasia
grande amico di geometria!



Bee-bot

La lettura del messaggio firmato da Bee-bot ha stimolato la naturale curiosità dei bambini, che si sono lanciati in fantasiose previsioni circa il contenuto del pacco. Una volta scartato il regalo, a turno ogni bambino ha potuto osservare e manipolare Bee-bot con tranquillità. Si instaurava nel frattempo una spontanea *conversazione matematica* dalla quale emergevano le prime ipotesi circa la natura e il funzionamento dell'artefatto.

Ingrid: L'avevo detto io che era un'ape, perché l'alveare è la casa delle api.

Jacopo: Sì, era facile, perché sul biglietto c'è il disegno dell'ape Maya!

Iris: Però l'ape Maya ha le ali per volare... questa no! Come vola?

Hoyame: Io lo so: si schiacciano le frecce e vengono fuori le ali! (prova)

No, non fa niente, forse non ci sono le pile.

I bambini provano da subito a schiacciare i quattro tasti-freccia e il tasto GO, ma Bee-bot non si muove fino a quando non viene girato e attivato. A questo punto i bambini scoprono che Bee-bot si muove a terra: l'eccitazione è generale!

Mitja: Non vola, cammina avanti e indietro con le ruote... e suona!

Sofia: Sembra una macchinina con il muso d'ape!

Insegnante: *Va solo avanti e indietro?*

Giacomo: No, no, va anche dalle parti, perché può girare. Vedi?

(Mostra le frecce a sinistra e a destra e dà un comando per farlo girare a destra ma, non avendo cancellato i comandi precedentemente impartiti, Bee-bot comincia ad andare avanti. Giacomo e i compagni sembrano delusi, quindi li invito ad aspettare fino a quando il robot ruota di 90° verso destra.)

Insegnante: *Secondo voi, che cosa è successo?*

(Confusione generale. Alcuni ipotizzano che non funzioni bene. Io li assicuro che Bee-bot funziona benissimo ed è molto preciso, perché non è un semplice gioco, ma un *artefatto matematico*. Poiché la conversazione non si sblocca, consiglio a Giacomo di schiacciare il tasto CLEAR per pulirlo e quindi di impartire nuovamente il comando di svolta. Tutti sono contenti di vedere che Bee-bot esegue correttamente il comando.)

Gli esperimenti dei bambini, volti a indagare caratteristiche e possibilità dell'artefatto, procedono parallelamente alla *conversazione matematica*. Ad un certo punto, chiedo:

Insegnante: *Ma a noi che vogliamo capire meglio che cos'è lo spazio, può servire Bee-bot?*

Tutti: Sìiiii...

Insegnante: *E come?*

Iris: Lo metti giù e schiacci i bottoni, così sai se può fare la strada che vuoi tu oppure no.

Jacopo: Se tu lo fai andare troppo avanti, cade dal tavolo e si rompe, perché è delicato. Devi stare attento.

Ingrid: Provi un po' di passi alla volta e ci metti le mani se hai paura che esca dal tavolo.

Mitja: Se esce cancelli tutto con questo blu (indica il tasto CLEAR) e rifai giusto... magari lo fai girare prima, così sta su.

Una breve *istituzionalizzazione* dei contenuti emersi dalla *conversazione matematica* ci porta a fissare alcuni punti:

- Bee-bot è un ape-robot che non vola, ma cammina.
- È un robot molto preciso che ha una memoria.
- Può andare AVANTI e INDIETRO, a SINISTRA e a DESTRA.

- Per farlo muovere non basta selezionare i tasti-freccia, ma bisogna premere il tasto verde GO.
- Se sbagli puoi cancellare col tasto blu CLEAR.



A questa prima conoscenza è seguita la rappresentazione grafica individuale dell'artefatto, utile a fissare le conclusioni emerse dalla *conversazione matematica* e le impressioni scaturite dal primo contatto con Bee-bot. In seguito i bambini hanno liberamente giocato con Bee-bot, nel senso che hanno potuto impartirgli i comandi desiderati e osservarne i movimenti. Hanno così scoperto che per far compiere a Bee-bot un giro completo su se stesso bisogna schiacciare quattro volte il tasto-freccia SINISTRA o DESTRA; per farlo girare in direzione opposta a quella di partenza si deve premere lo stesso tasto due volte, mentre basta un solo comando SINISTRA o DESTRA perché Bee-bot si orienti nella direzione selezionata.

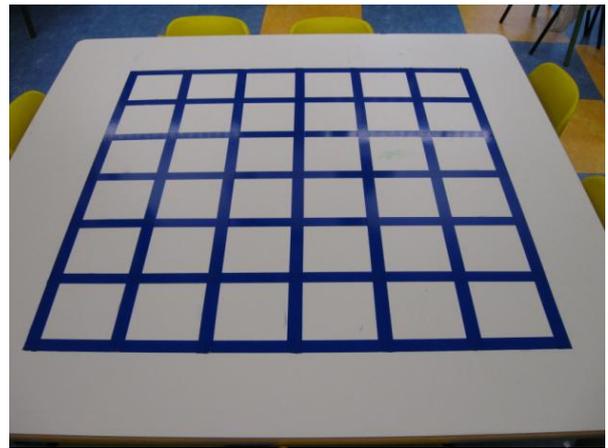
In questa occasione ho parlato loro di *quarto di giro*, completando in sala motoria il lavoro sul corpo iniziato a novembre. A tal fine ho sfruttato la presenza delle quattro pareti, che avevamo

già descritto e nominato (in senso orario partendo da sinistra: vetrata, specchio, tende, muro), e ho proposto semplici giochi di orientamento spaziale chiedendo loro di comportarsi come Bee-bot. Trascurando la lateralizzazione, che in questa fase costituiva un problema per la maggior parte dei bambini, chiedevo loro di indicarmi quali pareti potessero vedere dopo aver effettuato un *quarto di giro*, *mezzo giro* o un *giro completo* rispetto all'orientamento iniziale. Sapendo che un movimento corrisponde a una rotazione di 90°, per loro si trattava di ricordarsi che il *quarto di giro* comportava un solo movimento, il *mezzo giro* due e il *giro completo* quattro. Ho condotto le sperimentazioni a coppie o piccoli gruppi di tre bambini, mentre il resto del gruppo osservava i compagni; la partecipazione era attiva e mi ha permesso di introdurre con alcuni bambini i germi della lateralizzazione; le maggiori difficoltà al riguardo hanno interessato i bambini anticipatori (nati a gennaio/febbraio del 2005) che nel gruppo sono due. In generale ho consigliato di individuare una particolarità del loro corpo (per esempio un neo, una voglia, una cicatrice...) e di ricordarne la collocazione a sinistra o a destra rispetto all'asse trasversale per determinare le due opposte direzioni spaziali. Ho appositamente evitato di far dipendere il riconoscimento di sinistra e destra da azioni quotidiane quali mangiare o scrivere, primo perché a quest'età il processo di lateralizzazione è ancora in fase di acquisizione, secondo perché nel gruppo in questione sono presenti numerosi bambini mancini.

Per quanto concerne i tasti-freccia AVANTI e INDIETRO, ho aperto una *conversazione matematica* con questa domanda: “*Il passo di Bee-bot ha sempre la stessa lunghezza o varia, cioè a volte è più lungo altre più corto?*”. Sostanzialmente tutti i bambini erano concordi sul fatto che la misura del passo di Bee-bot fosse sempre la stessa¹⁰⁸. Poiché per avvalorare la loro percezione mi indicavano con le mani parallele un'approssimativa misura del passo, ho domandato loro come potessero misurarlo. Non sapendo come risolvere il problema, ho cercato di aiutarli posizionando Bee-bot dietro una linea creata dalla pavimentazione in linoleum e suggerendo a un bambino di farlo avanzare di un passo. Per questioni di comodità ho poi ricreato sul tavolo dell'aula un'analogia situazione tracciando una linea retta con del nastro adesivo blu. Per assicurarmi che fosse dritta ho preso la scatola del Bee-bot e ho fatto un segno con un pennarello ai due margini laterali del tavolo. Il procedimento utilizzato ha fatto scattare nei bambini l'intuizione di segnare con il pennarello il passo di Bee-bot in modo da poterlo misurare con più facilità, ma, una volta tracciata una seconda linea parallela alla prima, l'operazione si è protratta fino a quando non è finito lo spazio a

¹⁰⁸ In questo caso la loro percezione corrispondeva alla realtà, ma in seguito i bambini si sono accorti di come non ci si possa affidare ai sensi in ogni situazione, perché talvolta i nostri occhi ci ingannano; mi riferisco in particolare al fatto che molti bambini (e le insegnanti) pensavano che la loro aula fosse quadrata, quando invece la misurazione della stessa ha dimostrato che così non è.

disposizione. È nata così l'idea, comune ad adulti e bambini, di costruire una griglia entro la quale far muovere Bee-bot.



In questa griglia di 6x6 passi di Bee-bot, i bambini posizionavano l'artefatto con l'orientamento desiderato e segnavano con una X la meta del suo viaggio. Erano quindi invitati a fornirgli le indicazioni spaziali utili a raggiungere la X, sia verbalmente che digitando sul dorso dell'ape i comandi ritenuti opportuni. In generale ho notato che l'enunciazione dei comandi impartiti a Bee-bot generava maggiori difficoltà rispetto all'azione meccanica di premere i tasti freccia necessari alla risoluzione del compito. Anche laddove le indicazioni fornite a Bee-bot erano corrette, la loro descrizione risultava difficoltosa e non solo per ragioni lessicali (considerati infatti i problemi legati al processo di lateralizzazione, non pretendo che utilizzassero gli indicatori sinistra e destra padroneggiati solamente da un paio di bambini). In un certo senso mi è parso che l'azione del digitare corrispondesse alla funzione del gesto nel momento in cui si impara a

contare¹⁰⁹; dato che i bambini usano sistematicamente linguaggio e gesti in modo integrato, era più semplice per loro descrivere i comandi impartiti a Bee-bot durante l'azione di premere i tasti-freccia che non prima o dopo averlo fatto. Per questa ragione ho seguito in particolare i bambini che non adottavano spontaneamente questa strategia, suggerendola loro in maniera indiretta.

Ho inoltre rilevato che la maggioranza dei bambini assumeva col corpo l'orientamento di Bee-bot, girando intorno al tavolo in modo da anticiparne e/o seguirne i movimenti. In tale comportamento ho letto quella necessità di apprendere in maniera sintonica di cui parla Seymour Papert. Partendo dal modello piagetiano di apprendimento, “secondo il quale i bambini sono essi stessi costruttori delle loro strutture intellettuali”¹¹⁰, Papert afferma che “per risolvere un problema occorre cercare di ricondurlo a una situazione già capita”¹¹¹. Ora, poiché la conoscenza empirica dei movimenti del proprio corpo nello spazio costituisce per i bambini una base di partenza sulla quale edificare nuove conoscenze, ho pensato di riprodurre in sala motoria una griglia a misura di bambino entro la quale farli muovere come Bee-bot.

Ho impostato il lavoro partendo da una domanda: “*Riuscireste a muovervi comodamente nella griglia blu di Bee-bot?*”. Le risposte negative dei bambini hanno generato in loro il problema di come potersi costruire una griglia. L'intuizione di dover passare dal passo di Bee-bot a quello di un bambino non ha tardato a farsi strada. Si trattava di scegliere il passo di un bambino in particolare, perché il confronto diretto evidenziava qualche differenza. Ragionando insieme il gruppo ha deciso di adottare il passo di Sofia, la più piccola della classe, al quale tutti gli altri si sarebbero adeguati. Con il nastro adesivo giallo (per differenziarlo da quello blu utilizzato per la griglia di Bee-bot) abbiamo segnato gli estremi del passo di Sofia ed è cominciata la ricerca dell'unità di misura così determinata. Dopo vari tentativi di misurazione con strumenti non convenzionali presenti in sala motoria (corde, blocchi, cerchi, clavette...), qualcuno ha trovato un bastone che corrispondeva perfettamente al passo di Sofia. Seguendo il procedimento precedentemente utilizzato per realizzare la griglia blu di Bee-bot, abbiamo costruito in palestra la griglia gialla dei bambini partendo da una linea retta della pavimentazione in linoleum.

¹⁰⁹ Si vedano gli studi di Alibali-Di Russo e Graham del 1999 che si inseriscono nel filone di ricerche cognitive dell'*embodied cognition* e interpretano il gesto come una sorta di “facilitatore cognitivo” riportati in: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., pp.63-69.

¹¹⁰ Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit., p.13.

¹¹¹ *Ibidem*, p.72.



A lavoro ultimato, ci siamo ritrovati con due griglie di 6x6 passi di misure differenti; i bambini hanno colto senza difficoltà l'ideale corrispondenza tra questi due spazi. Sono quindi iniziati tutta una serie di giochi ed esperimenti volti ad approfondire le conoscenze spaziali dei bambini e incrementare le loro capacità di fornire indicazioni. Riporto alcuni esempi di queste attività per lo più organizzate a coppie o piccoli gruppi: un bambino veniva posizionato da un compagno in una casella della griglia e invitato a seguire le sue indicazioni per raggiungere un oggetto collocato in un'altra casella. Per rendere il gioco più interessante l'oggetto poteva essere

sostituito da una principessa da salvare interpretata da una terza compagna. Il resto del gruppo osservava e, nel caso di “errori”, proponeva al compagno-cavaliere di compiere un percorso diverso.

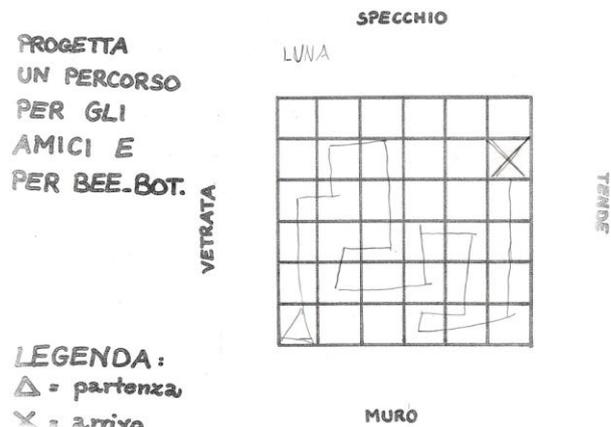
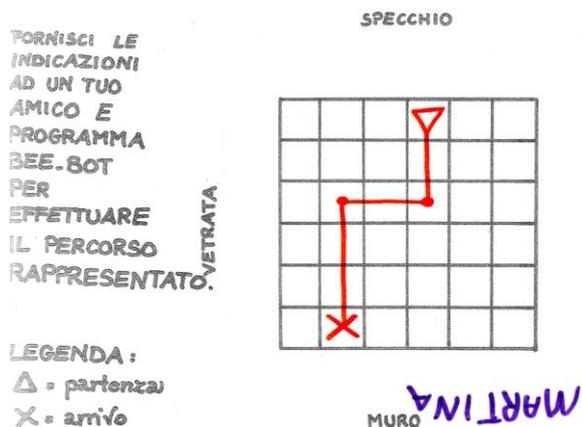
Interessante al riguardo è stato proprio il concetto di *errore*, o *bug* come lo definisce Papert. Ben lungi dal rappresentare qualcosa di irreversibile ed esclusivamente negativo, l’errore è divenuto un’occasione di ragionamento sia individuale che gruppale e di confronto costruttivo. L’atteggiamento non giudicatorio, sia da parte dei compagni che delle insegnanti, ha favorito la libera espressione da parte di tutti i bambini e, d’altro canto, ha evidenziato la possibilità di mettere in discussione anche le risposte e soluzioni cosiddette corrette. Il fatto che l’oggetto o il compagno in questione potesse essere raggiunto in maniere diverse (più o meno convenienti in rapporto al numero di mosse e ai tempi impiegati, ma anche più o meno interessanti riguardo all’estetica geometrica dei percorsi proposti), ha spinto i bambini ad assumere diversi punti di vista, non solo in relazione allo spazio.

Poiché mi sono accorta che non tutti i bambini sembravano avvantaggiati nella soluzione dei piccoli problemi proposti dalla possibilità di muoversi nello spazio della griglia gialla, per diversi incontri ho alternato l’utilizzo delle due griglie, sfruttando sia le pre-conoscenze corporee che le neo-conoscenze, o meglio gli schemi d’uso, appresi attraverso l’interazione con l’artefatto. Infatti, mentre alcuni bambini si orientavano con maggior disinvoltura nel *mesospazio* della griglia gialla, altri dimostravano una maggior consapevolezza spaziale nel controllare il *microspazio* della griglia blu di Bee-bot.

Per visualizzare i percorsi di Bee-bot e dei bambini nelle due griglie ho preparato due diverse tipologie di schede: nella prima scheda era rappresentata una griglia con un percorso e veniva richiesto ai bambini di fornire le indicazioni a un amico per effettuare quel percorso nella griglia gialla o di programmare Bee-bot affinché lo eseguisse nella blu; nella seconda scheda si richiedeva ai bambini di progettare un percorso per gli amici e/o Bee-bot utilizzando la simbologia data. Quest’ultima prevedeva un triangolo orientato con un vertice nella direzione del movimento e la base in direzione opposta per indicare la cella di partenza e una X, già utilizzata nei precedenti esercizi dai bambini, per segnare la cella d’arrivo.

Mentre l’esecuzione delle consegne contenute nella prima scheda non ha creato particolari difficoltà nei bambini, qualche ostacolo è emerso in relazione alla seconda scheda per almeno due motivi. Primo perché alcuni bambini segnavano il percorso con scarsa precisione e senza evidenziare i punti di svolta; secondo perché altri bambini creavano percorsi fantasiosi e poco lineari che li impegnavano in continui mutamenti del punto di vista. Devo comunque riconoscere che ci sono stati bambini che hanno progettato e programmato complicati percorsi senza problemi;

in ogni caso le maggiori difficoltà riguardavano la verbalizzazione, come ho evidenziato in precedenza.



II. 1. 3. 4. Un'aula per Bee-bot

A partire dal mese di marzo è iniziata una nuova fase del progetto che, facendo tesoro delle conoscenze e competenze sviluppate dai bambini lungo tutto il percorso, si ricollegava ai primi tentativi di rappresentazione dello spazio-scuola per dare una risposta agli interrogativi rimasti in sospeso. Nel corso di una *conversazione matematica* abbiamo ripercorso, anche grazie alla ricca documentazione fotografica raccolta, le principali tappe del nostro viaggio; ho quindi chiesto ai bambini di individuare all'interno della loro aula gli *spazi* ritenuti maggiormente significativi, così come a dicembre mi avevano segnalato gli spazi più importanti dell'intero edificio scolastico. Il confronto di gruppo ha decretato che, in senso orario partendo dalla porta d'entrata, tali spazi erano:

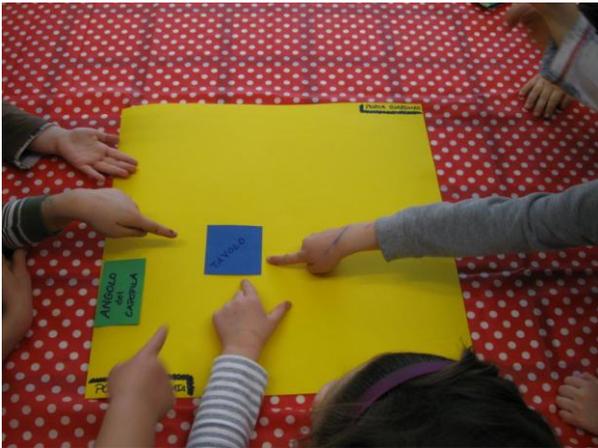
- lo spazio del *capofila*, una sezione della parete a sinistra dell'entrata dove trovavano posto il calendario e il segnatempo;

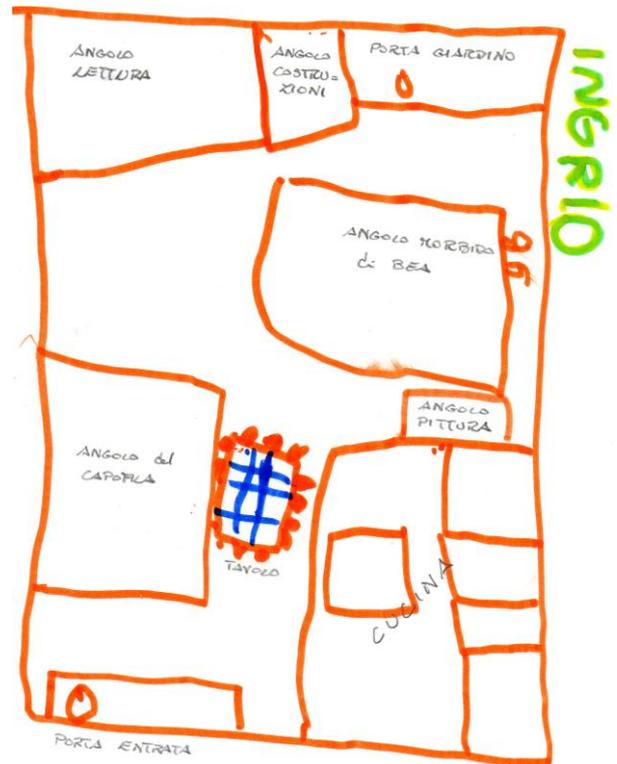
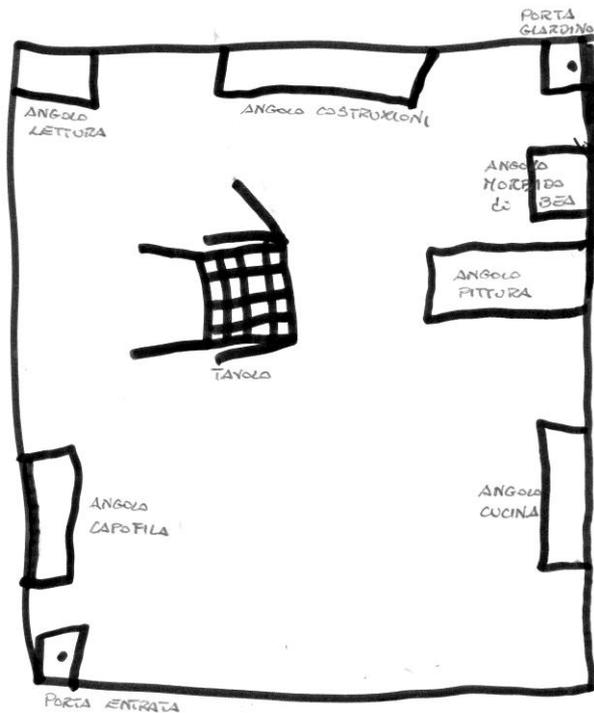
- l'angolo della lettura;
- il tappeto delle costruzioni;
- l'angolo morbido di Bea;
- il *tavolo della pittura*, sul quale erano posati attrezzi e materiali d'atelier;
- l'angolo della cucina;
- il *tavolo quadrato*, piano d'appoggio per le attività di sezione.

A conversazione ultimata, ho invitato i bambini a rappresentare individualmente questi spazi all'interno della loro aula. I deludenti risultati delle loro produzioni grafiche dimostravano, da un lato, poca chiarezza nella mia consegna, dall'altro, mancanza nei bambini delle capacità necessarie a realizzare una sorta di disegno in pianta. Si passava infatti da disegni realistici, tipo casa con all'interno alcuni spazi non ben identificabili, a disegni realistici con alcuni elementi in pianta, sino a disegni in pianta non rispettosi dell'ordine e delle relazioni spaziali¹¹².

Nel tentativo di chiarire la mia consegna, ho ritagliato davanti ai loro occhi un quadrato di cartoncino giallo (il colore della loro aula) di circa un metro di lato e sette rettangolini di colori differenti. Ho quindi invitato i bambini ad associare ogni rettangolino a uno degli spazi considerati e a individuare sul grande quadrato giallo, che rappresentava l'intera aula, un punto di riferimento. Dopo aver disposto i bambini a uno stesso lato del quadrato, mi sono stati immediatamente indicati la porta d'entrata nell'angolo infondo a sinistra e le vetrate nel lato opposto. Orientando la pianta dell'aula conformemente allo spazio reale, tutti erano in grado di posizionare correttamente i vari rettangolini colorati. Per gioco mescolavo i vari spazi o ne invertivo un paio chiedendo loro, a turno, di riordinarli. Dopo varie prove ho lasciato che i bambini incollassero i rettangolini colorati sul grande quadrato giallo e, celata la piantina così realizzata, ho chiesto nuovamente che disegnassero la loro aula con gli spazi che avevano individuato al suo interno. Le differenze tra le due produzioni grafiche individuali sono notevoli; nel secondo disegno, nonostante l'attenzione alle forme e alle relazioni spaziali sia ancora limitata e manchi del tutto la riduzione in scala, figurano tutti e sette gli spazi considerati collocati con ordine nello spazio a disposizione.

¹¹² A proposito della costruzione di mappe e della sequenza evolutiva che porta dai disegni realistici ai disegni in pianta si veda: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., pp.139-142.





Per far capire ai bambini che la nostra piantina (pur essendoci stata utile per capire l'ordine e la relativa collocazione degli spazi interni all'aula) non era sufficientemente precisa dal punto di vista geometrico, ho fatto loro notare che non tutti gli spazi considerati avevano la stessa forma ed estensione, mentre i rettangolini utilizzati nella piantina erano tutti uguali. Ragionando insieme intorno a come rimpicciolire con tale precisione gli spazi della nostra aula gialla, è emersa la necessità di misurarla. Ma con che cosa?

Mitja: Con il metro.

Insegnante: *Ma noi qui non abbiamo un metro...*

Jacopo: Mio papà a casa ne ha tanti, perché fa il muratore. Domani te lo porto.

Insegnante: *Sei molto gentile, ma io vorrei misurare l'aula proprio oggi. Non posso usare nient'altro?*

(Dopo alcune proposte...)

Iris: Il bastone della griglia gialla!

Insegnante: *Avete sentito l'idea di Iris? Dice che potremmo usare il bastone che ci è servito per costruire la griglia gialla, quello lungo quanto il passo di Sofia. Voi cosa ne dite?*

Tutti: Sìiiii...

Insegnante: *E come misuriamo col bastone? Facciamo così?*

(Metto il bastone a terra in mezzo all'aula e lo ribalto più volte senza grande attenzione muovendomi verso una parete.)

Tutti: Noooooo...

Iris: Se vai a caso ti viene un numero più grande di 100...

Ingrid: Devi metterlo contro al muro (indica uno spigolo tra la parete e il pavimento) e fare tutto il giro... Ma devi ricordarti dove parti e ritornare lì!

Mitja: Devi partire nell'angolo e andare fino in fondo, ma servono tanti bastoni...

Insegnante: *Ma noi ne abbiamo uno solo...*

Iris: Lo spostiamo e facciamo il segno come in palestra!

Dopo aver liberato una parete dall'arredamento, i bambini a coppie la misurano: uno posiziona e tiene fermo il bastone, mentre un altro segna una tacca sul pavimento. Alla fine i bambini vanno a contare le tacche e concordano sul fatto che sono 14 più un "pezzettino". Uno di loro cerca in lungo e in largo un oggetto per misurare la frazione, ma poi si decide di contare i bastoni interi. Poiché il bastone equivale al passo di Sofia, propongo di chiamare la nostra *unità di misura* "passometro"; l'idea è apprezzata dai bambini che vengono così introdotti in modo divertente a una terminologia appropriata.

Dopo aver a lungo discusso, giungiamo alla conclusione che la parete opposta a quella misurata è anch'essa di 14 passometri e verificiamo la nostra ipotesi. Alcuni bambini sono convinti che anche le altre due pareti misurino 14 passometri, altri no. Cominciamo col misurarne una e constatiamo che ne misura 13 (sinceramente anche Rita e io eravamo convinte che l'aula fosse quadrata!). Alla fine ricapitoliamo il risultato del nostro lavoro affermando che l'aula misura 14x13 passometri.

Insegnante: *Vi ricordate quanto misurava la griglia gialla?*

Bambini¹¹³: Sìiiii... 6x6!

Insegnante: *6x6 salti di canguro? 6x6 lingue di gatto? 6x6 code di topo? 6x6 cosa???*

Bambini: (ridono) 6x6 passometri!!!

Insegnante: *E la griglia blu?*

Bambini: 6x6 passi di Bee-bot.

Insegnante: *Si può costruire un'aula che misura 14x13 passi di Bee-bot?*

Bambini: Sìiiii...

Insegnante: *Noi bambini ci staremmo comodi?*

(Alcuni dicono di sì, altri di no.)

Insegnante: *Non siete tutti d'accordo... ma chi starebbe sicuramente comodo in un'aula di 14x13 passi di Bee-bot?*

Bambini: (all'unanimità) Bee-bot!!!

Insegnante: *Come possiamo misurare 14x13 passi di Bee-bot?*

Hoyame: Schiacciamo 14 frecce AVANTI e poi GO.

¹¹³ Non ho specificato i nomi dei singoli bambini perché, nella *conversazione matematica* di cui riporto alcuni stralci, le risposte erano perlopiù corali, se non di tutti i componenti del gruppo-classe di tanti, anche di coloro che di solito intervenivano poco o per niente nelle *conversazioni* precedenti.

Il primo tentativo di costruire un'aula per Bee-bot è avvenuto in sala motoria impartendogli 14 comandi AVANTI in una direzione e 13 in un'altra dopo avergli fatto compiere un *quarto di giro*, cioè un comando DESTRA, nel punto di partenza (l'origine nel piano cartesiano). Una volta determinata l'area dell'aula, ci siamo resi conto di quanto sarebbe stato difficile tracciare precisamente con il nastro adesivo una griglia così grande per Bee-bot (il rischio di aumentare in proporzione di oltre il doppio i piccoli errori che già c'erano in quella blu rendeva l'impresa troppo rischiosa); inoltre, poiché il mio obiettivo era condurli a una riduzione in scala degli spazi considerati all'interno dell'aula, non sapevo come avrei potuto evidenziarli sul pavimento (i colori degli scotch sono limitati e non potevo certo dipingere il pavimento!).

Ho quindi pensato di proporre ai bambini una realizzazione su cartone che ci avrebbe anche permesso di trasportare il nostro lavoro all'interno dell'aula gialla in modo da poterlo confrontare direttamente con lo spazio reale. Per segnare con precisione sul cartone la misura dei passi di Bee-bot si è deciso insieme di utilizzare il normografo che, in una precedente ricerca¹¹⁴, avevamo constatato corrispondere perfettamente al passo di Bee-bot. I bambini hanno cominciato a segnare sul cartone in ascissa e ordinata le 14x13 tacche dell'area dell'aula, mentre io e Rita ritagliavamo gli scarti per comporre la base su cui avremmo incollato una più precisa griglia in cartoncino che, solo per questioni di tempo, ho realizzato io a casa con gli strumenti da disegno. Con i bambini abbiamo poi verificato la coincidenza fra il loro supporto in cartone e la mia griglia in cartoncino. Il passo successivo è stato misurare col passometro gli spazi considerati all'interno dell'aula e collocarli con precisione sulla nostra maxi-griglia. Avendo orientato quest'ultima conformemente allo spazio reale, i bambini non hanno avuto difficoltà nel riconoscere la relativa posizione dei vari spazi, indipendentemente dal punto di vista da cui operavano.

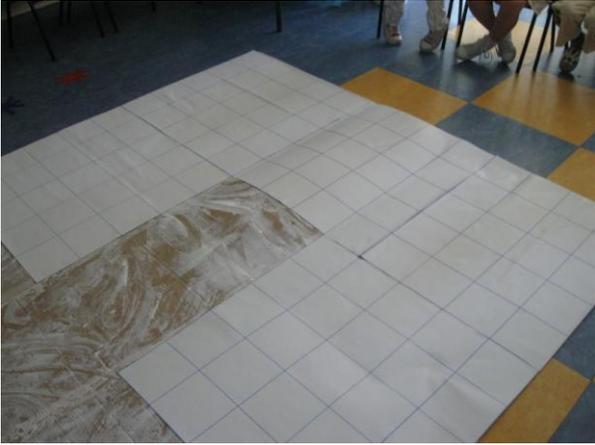
Alla fine eravamo tutti contenti per il lavoro svolto che, oltre a essere sufficientemente preciso dal punto di vista geometrico, era anche esteticamente gradevole! Ma... quando abbiamo programmato Bee-bot per la sua prima escursione all'interno dell'aula, lui non avanzava a causa delle increspature del cartone dovute alla colla, al colore, alle irregolarità del supporto in cartone sul quale avevamo appoggiato le ginocchia...

Per non deludere i bambini ho realizzato una nuova maxi-griglia in cartoncino da fissare col biadesivo a un pannello in compensato di 210x195 centimetri. Qui i bambini potranno continuare a giocare ed esercitarsi con Bee-bot, insieme alla loro maestra Rita, sulla base degli spunti e delle

¹¹⁴ La scelta di non utilizzare direttamente Bee-bot è stata determinata dalla difficoltà di segnare con precisione la misura del suo passo ai margini del cartone. Il normografo è stato individuato come *unità di misura* del passo di Bee-bot dopo la costruzione della griglia gialla che ci aveva indotti a trovare uno strumento per misurare il passo di Sofia. In quell'occasione i bambini avevano provato a misurare il passo di Bee-bot con colla-stick, pennelli, pennarelli... fino a trovare alcuni normografi di 15 centimetri presenti in classe.

conoscenze maturate durante la nostra avventura. Naturalmente *“Non si butta via niente!”*: la nostra bellissima pianta dell’aula in cartone servirà a questo gruppo di bambini per ulteriori approfondimenti o a qualche altro gruppo per un nuovo lavoro.





CAPITOLO III

Evoluzione della conoscenza

INTRODUZIONE

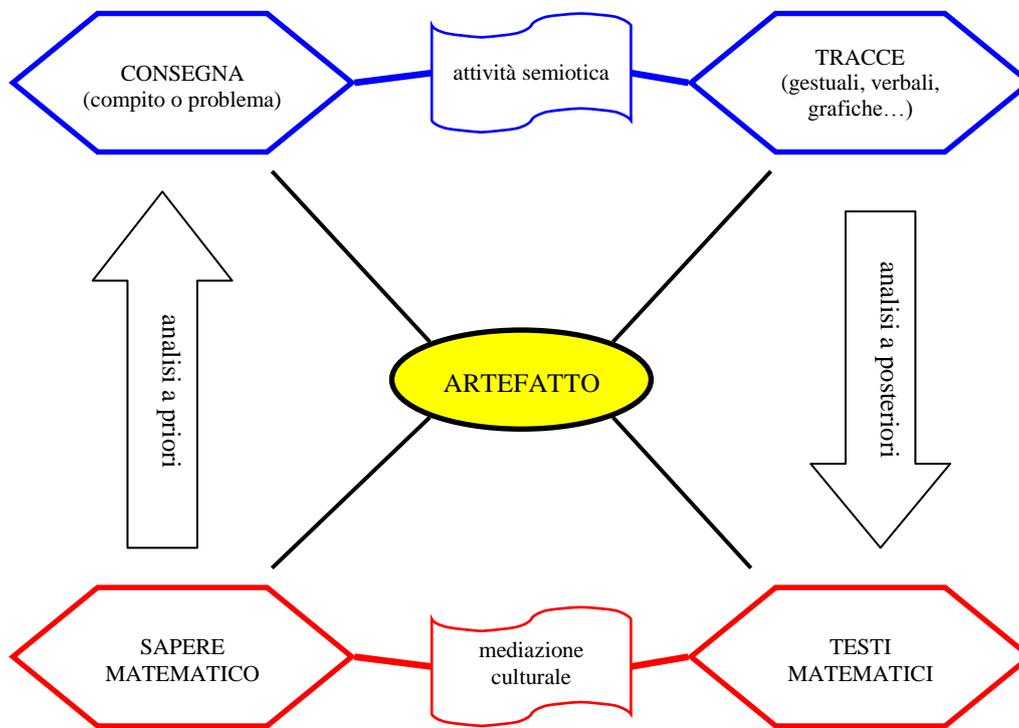
In questo terzo capitolo intendo operare un'analisi a posteriori di secondo livello, nel senso che cercherò di approfondire, anche a livello teorico, alcuni aspetti problematici, o anche semplicemente interessanti dal punto di vista didattico, che sono emersi durante lo svolgimento del progetto *Artefatti fatti ad arte*.

Dal resoconto dell'esperimento didattico effettuato nel capitolo precedente, emerge con chiarezza come **Bee-bot** da **artefatto** si sia trasformato in **strumento di mediazione semiotica** che, operando nella *zona di sviluppo prossimale* di un determinato gruppo di allievi, ha loro permesso di espletare i compiti previsti dall'insegnante e, al contempo, di costruire e *interiorizzare* precisi significati matematici.

L'insegnante che adotta un artefatto nella sua progettazione didattica, consapevole dell'azione di mediazione semiotica che esso può realizzare, è chiamato a svolgere un'**analisi a priori** che, indagando la conoscenza incorporata nell'artefatto, la renda accessibile all'allievo attraverso una serie di consegne significative e opportune modalità d'interazione. A questa analisi di tipo previsionale, seguirà un'**analisi a posteriori** il cui scopo sarà la valutazione dell'iter didattico e il suo eventuale riassetto.

Per ragioni di ordine espositivo, nell'effettuare l'analisi a priori del potenziale semiotico di Bee-bot ho ritenuto opportuno distinguere i diversi saperi cui ci si poteva riferire utilizzando l'artefatto come strumento di mediazione semiotica. Poiché le conoscenze maturate dai bambini durante il percorso riguardano, seppur in misura differente, tutti e tre gli ambiti considerati (aritmetico, geometrico e informatico) e risulta difficoltoso, e forse anche poco proficuo, indagare quali aspetti dei loro schemi d'uso ricondurre a un sapere piuttosto che a un altro, eviterò di ricollegarmi alla distinzione precedentemente operata per concentrare l'**analisi a posteriori** sui **significati matematici**, in senso lato, che i singoli bambini e l'intero gruppo sezione sono riusciti a

costruire. A tal fine partirò dalle mie *consegne* e dai *segni situati* prodotti dai bambini per cercare di comprendere come si sia giunti a *segni*, e quindi *testi*, più evoluti inerenti al *sapere in gioco*.



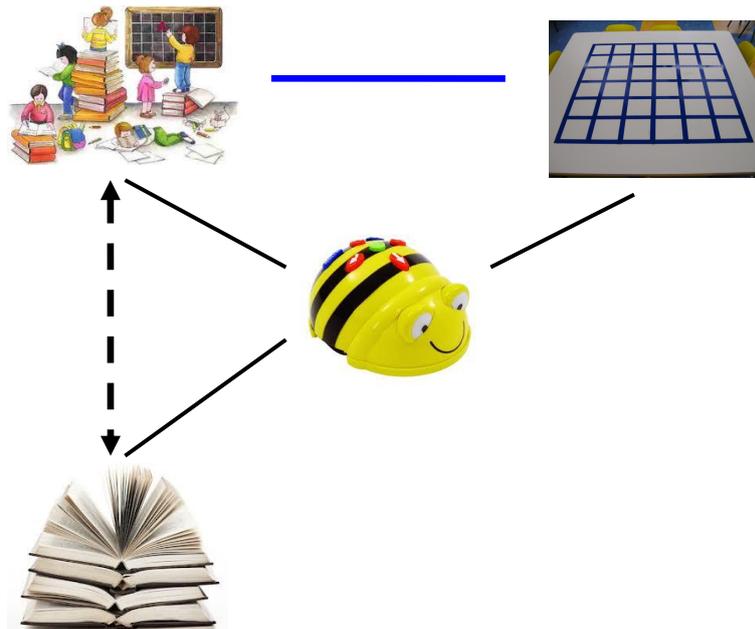
III. 1. ANALISI A POSTERIORI

III. 1. 1. Dalle consegne ai segni/testi situati

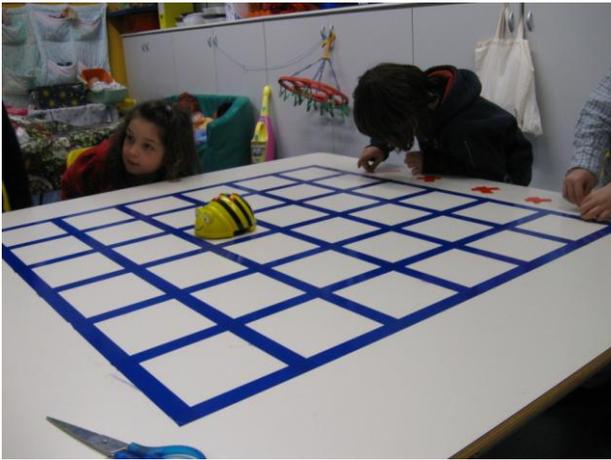
La prima consegna (o compito) assegnata al gruppo sezione è stata l'**esplorazione dell'artefatto**. I *segni situati* prodotti dalla prima interazione con Bee-bot comprendevano prove di funzionamento e ipotesi di utilizzo emerse nel corso di una *conversazione matematica* più o meno contemporanea alla manipolazione dell'artefatto. L'*istituzionalizzazione* dei contenuti della conversazione, fissati per mezzo di una produzione grafica individuale nella quale era richiesto di disegnare Bee-bot e i suoi componenti funzionali, si può considerare come un primo nucleo di **conoscenze tecnologiche** maturate mediante l'artefatto.

Un'ulteriore consegna, tesa a verificare l'**invarianza del passo di Bee-bot** ("Il passo di Bee-bot ha sempre la stessa lunghezza o varia, cioè a volte è più lungo altre più corto?"), ha innescato il meccanismo di costruzione di una griglia con le celle della misura del passo del robot. La **griglia blu** costituisce un esempio di *testo sicuramente situato*, ma già rispondente ad alcune

regole di costruzione di tipo matematico veicolate dall'uso strumentale dell'artefatto. Pur mancando la precisione geometrica che solo l'impiego di strumenti da disegno avrebbe garantito, un ragionato utilizzo di Bee-bot ha permesso di costruire una sezione di piano cartesiano utile ai successivi esercizi di orientamento spaziale. L'immediata intuizione di potersi servire di questa griglia come di uno spazio entro cui far muovere l'ape secondo un sistema di regole desunto dall'artefatto stesso e condiviso dal gruppo, ha infatti creato ulteriori possibilità di incremento delle conoscenze matematiche dei bambini.



La provocazione dell'insegnante, espressa dalla domanda *“Riuscireste a muovervi comodamente nella griglia blu di Bee-bot?”*, ha indotto i bambini a progettare e realizzare in sala motoria un'analogia griglia a misura di bambino, introducendo il concetto di **unità di misura** e **confronto di grandezze** che sarebbero poi serviti al momento della riproduzione in pianta della loro aula. La presenza di due spazi isomorfi, ma di differenti dimensioni, ha permesso a tutti i bambini di incrementare le loro conoscenze spaziali in termini di **lateralizzazione** e **orientamento**. Ho precedentemente evidenziato come alcuni bambini preferissero programmare Bee-bot nel *microspazio* della griglia blu, mentre altri mostravano di orientarsi meglio nel *mesospazio* della griglia gialla; apro qui di seguito una digressione teorica per fornire una spiegazione al riguardo.



III. 1. 2. La rappresentazione dello spazio

III. 1. 2. 1. Uno spazio – tanti spazi

Le esperienze spaziali vissute dai bambini possono generare esiti diversi in termini di **esplorazione**, **rappresentazione** e **concettualizzazione** e il trasferimento di competenze da un territorio a un altro non è semplice, né tantomeno automatico. In particolare è la *rappresentazione* che permette ai bambini di sedimentare e successivamente trasferire le loro conoscenze spaziali.

Secondo **Bartolini Bussi**, “la rappresentazione spaziale si esplica in contenuti diversi, soggetti a variabili individuali ed evolutive e a fattori di tipo storico-culturale”¹¹⁵. Si possono distinguere in tal senso tre diversi filoni di esperienze (lo spazio del corpo, gli spazi esterni specifici, lo spazio astratto) che richiedono e implicano modi di esplorazione e attività cognitive diverse.

Ciò non significa, naturalmente, che i filoni di esperienze siano privi di collegamenti e di intersezioni significative [...] Tuttavia la competenza acquisita in un particolare filone di esperienze non è immediatamente e facilmente trasferibile agli altri.¹¹⁶

Lo **spazio del corpo** corrisponde allo **spazio personale** individuato dai neurofisiologi, secondo i quali sistemi neurali diversi controllano le differenti competenze spaziali; la percezione di tale spazio deriva dalle diverse situazioni sperimentate dal bambino nel periodo senso-motorio e oltre, quali il dialogo tonico con la madre, la sensazione di equilibrio/disequilibrio data dai movimenti di dondolamento, il galleggiamento, l’arrampicamento, il gattonamento, la camminata,

¹¹⁵ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p.125.

¹¹⁶ Ibidem.

la corsa... A livello didattico lo spazio occupato dal corpo conduce all'elaborazione del cosiddetto *schema corporeo* e, conseguentemente, delle relazioni spaziali esterne¹¹⁷;

Tra gli spazi esterni al corpo, il **microspazio** può essere ricondotto nella classificazione neurofisiologica allo **spazio peri-personale**, che è lo spazio raggiungibile con le braccia e le mani, così come **mesospazio** e **macrospazio** trovano corrispondenza nello **spazio extra-personale**, cioè nello spazio non raggiungibile con le braccia.

*Microspazio, mesospazio e macrospazio*¹¹⁸ presentano un'accessibilità di visione decrescente che si accorda con un crescente bisogno di mobilità, legato anche alle varie fasi di sviluppo del bambino che comportano spostamenti sempre più ampi ed estesi. Inoltre il passaggio dal *microspazio* al *macrospazio* implica, accanto a una decrescente densità di informazione, una crescente necessità di concettualizzazione e decentramento.

III. 1. 2. 2. Orientamento spaziale

A questo punto risulta chiaro che la comprensione dei diversi tipi di spazio fa riferimento all'attività cognitiva del soggetto nel corso dell'esplorazione. Tale attività può includere o meno il soggetto nello spazio; può implicare la necessità di esplorarlo attraverso la vista e la manipolazione oppure il movimento corporeo; può richiedere una percezione istantanea e globale da un unico punto di vista o imporre l'assunzione di diversi punti di vista da coordinare insieme nel tempo oltre che nello spazio.

Gli esercizi-gioco effettuati nelle due griglie hanno dimostrato ai bambini la necessità di dotarsi di un sistema di riferimenti spaziali condiviso per potersi comprendere e per poter integrare in un'unica visione d'insieme i diversi modi di vedere la stessa cosa. Se la **griglia blu** costituisce un perfetto esempio di *microspazio*, che ha permesso ai bambini di confrontarsi in maniera, più o meno esplicita, con il problema del coordinamento dei punti di vista, la **griglia gialla** può essere interpretata come un *mesospazio* utile per esercizi di orientamento spaziale.

I problemi di orientamento spaziale richiedono la capacità di definire in modo implicito (pragmatico) o esplicito (descrittivo) le posizioni di uno o più oggetti nello spazio in relazione ad uno o più sistemi di riferimento. Le mappe cognitive del macrospazio hanno le funzioni di:

- facilitare la localizzazione e il movimento del soggetto;

¹¹⁷ Per approfondimenti rimando a: Lurcat L. (1976), *Il bambino e lo spazio. Il ruolo del corpo*, trd. it. Firenze, La Nuova Italia, 1980, citato in: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., tav.5-6, pp.130-132.

¹¹⁸ Alcuni autori individuano anche il *megaspazio* che identifica lo spazio cosmico, uno spazio non percorribile fisicamente anche se esistente a differenza dello *spazio astratto* della geometria. Si veda: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., pp.126-127.

- fornire un sistema di riferimento generale per comprendere e riferirsi a questo ambiente in tutta la sua complessità: ad esempio consentire inferenze sull'esistenza di percorsi alternativi per connettere due punti particolari dello spazio.¹¹⁹

Ancor prima di realizzare le due griglie, durante l'esplorazione dello spazio della sala motoria, i bambini hanno costruito una sorta di mappa cognitiva d'insieme dopo aver individuato e ordinato i necessari **punti di riferimento** (in senso orario partendo da sinistra: vetrata, specchio, tende, muro); si noti che si tratta degli stessi punti di riferimento che ho in seguito utilizzato nelle schede di lavoro somministrate ai bambini al fine di migliorare il loro orientamento nel *mesospazio* della griglia gialla.

L'itinerario seguito dai bambini ricalca la sequenza evolutiva proposta da **Shemyakin**, riportata da Bartolini Bussi in *Matematica – I numeri e lo spazio*:

- *individuazione di punti di riferimento (landmarks)*, rappresentati da oggetti o elementi del paesaggio che consentono di identificare alcuni luoghi; ciò presuppone le capacità di associare un oggetto alla sua posizione e di selezionare percettivamente alcune caratteristiche (di tipo operativo, descrittivo o altro) dell'oggetto che lo rendono facilmente identificabile;
- *ordinamento dei punti di riferimento secondo percorsi sequenziali (route maps)*: ciò avviene tracciando mentalmente vie di movimento in una data area e si appoggia sulla percezione dinamica del mondo, cioè sulla costruzione dello spazio attraverso la locomozione;
- *costruzione di mappe d'insieme (survey maps)*, cioè di configurazioni o schemi generali delle mutue disposizioni di oggetti; ciò si basa sulla percezione statica del mondo cioè della costruzione dello spazio attraverso la visione.¹²⁰

III. 1. 2. 3. Sistemi di riferimento

In rapporto al concetto di **sistema di riferimento**, il *microspazio*, in quanto spazio generato intorno all'oggetto, comporta un sistema di riferimento di tipo egocentrico; il *mesospazio*, in quanto "spazio intermedio" che ha alcune caratteristiche del *microspazio* (visione globale) e altre del *macrospazio* (inclusione del soggetto ed esplorazione per mezzo del movimento), necessita di coordinare il sistema di riferimento egocentrico e allocentrico; il *macrospazio*, in quanto spazio intellettualmente generato, richiede il coordinamento del sistema di riferimento del soggetto con uno o più riferimenti esterni e fissi¹²¹.

In uno spazio esterno (microspazio o macrospazio), un *sistema di riferimento* è costituito da un luogo (oggetto) o un insieme di luoghi (oggetti) rispetto a cui le posizioni spaziali possono essere descritte. Questa definizione è molto vicina all'idea di *sistema di*

¹¹⁹ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p.137.

¹²⁰ Ibidem, pp.137-138.

¹²¹ Cfr. Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica* cit., pp.101-102.

riferimento in geometria. Vi è però una differenza: lo spazio della geometria è *assoluto* (cioè esiste indipendentemente dagli oggetti), *omogeneo* (cioè privo di punti privilegiati) e *isotropo* (cioè privo di direzioni privilegiate). Lo spazio esterno, così come viene percepito, è invece uno spazio fortemente determinato dagli oggetti che contiene, con punti e oggetti privilegiati (ad esempio, il soggetto che osserva) e direzioni privilegiate (ad esempio, la verticale).¹²²

Se lo **spazio astratto** della geometria richiede **riferimenti geocentrici** (ovvero scelti in modo astratto, come ad esempio i *punti cardinali*), nelle situazioni di esperienza comune è necessario saper scegliere, in relazione al compito o problema cui ci si trova dinnanzi, se adottare **riferimenti egocentrici** piuttosto che **allocentrici**. Nei primi il fondamentale riferimento è dato dal soggetto che esplora, nei secondi da un luogo/oggetto esterno al soggetto. L'adozione di un particolare sistema di riferimenti non dipende tanto da questioni di ordine evolutivo, come sosteneva Piaget¹²³, quanto dal tipo di compito che il soggetto è chiamato a svolgere e dalla tipologia di spazio in cui si situa la situazione problematica. Nel *microspazio* è sufficiente un riferimento egocentrico sia nelle relazioni *corpo-corpo* che in quelle *corpo-oggetto*; nel *macrospazio* può bastare un riferimento egocentrico nelle relazioni *corpo-corpo*, ma è necessario un riferimento allocentrico nelle relazioni *corpo-oggetto*. Nelle relazioni *oggetto-oggetto* può servire l'utilizzo di un riferimento allocentrico anche nel *microspazio*; da qui, secondo Piaget, l'insuccesso dei bambini di età inferiore agli 8 anni nella "prova delle tre montagne".

III. 1. 2. 4. Coordinamento dei punti di vista

La "prova delle tre montagne" è un **esperimento piagetiano** volto a verificare la capacità infantile di ricostruire l'immagine globale di un luogo (oggetto) attraverso il coordinamento di più immagini parziali. Nella versione classica dell'esperimento un bambino, seduto di fronte a un plastico con tre montagne diversamente caratterizzate, viene invitato a fornire una descrizione verbale della visuale della bambola che gli siede di fronte. Poiché la verbalizzazione, come vedremo in seguito, costituisce un'ulteriore difficoltà rispetto alla capacità di coordinare in un'unica visione d'insieme punti di vista differenti, nella versione semplificata dell'esperimento il bambino deve scegliere, da una serie di fotografie, quella che mostra ciò che vede la bambola, oppure posizionare tre montagne di cartone in modo da rappresentare la visuale richiesta.

¹²² Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p.128.

¹²³ Ibidem. La sequenza evolutiva proposta da Piaget va dai *riferimenti egocentrici* a quelli *allocentrici* per giungere infine ai *riferimenti geocentrici*.

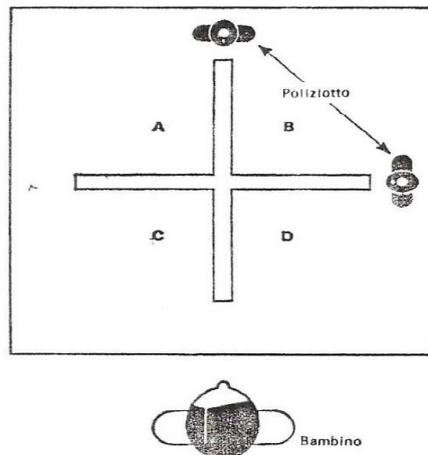


Fino all'età di circa 8 anni il bambino non è in grado di svolgere correttamente il compito e prevale la tendenza a scegliere l'immagine o a comporre il plastico che riproduce il suo particolare punto di vista. Piaget conclude che il bambino non è in grado di **decentrare**, ovvero si avvale di un sistema di riferimento di tipo egocentrico.

Ciò che manca al bambino si ritiene sia la capacità di pensare al proprio punto di vista momentaneo come uno fra i tanti possibili punti di vista e di coordinare queste diverse possibilità in un unico sistema coerente, in maniera da comprendere i possibili modi in cui le diverse prospettive sono collegate fra loro. [...] In altre parole, il bambino non comprende che quanto vede è relativo alla sua posizione, ma è convinto che rappresenti l'assoluta verità o realtà, *il mondo come realmente è*.¹²⁴

Il fatto che un'analogia prova, ideata nel 1975 da **Martin Hughes**, metta in discussione i risultati ottenuti da Piaget, fa supporre che il compito delle tre montagne sia troppo astratto e lontano dall'esperienza quotidiana dei bambini, i quali probabilmente non comprendono le richieste piagetiane. Nella prova di Hughes, risolta dal 90% dei bambini in età prescolare, viene richiesto di collocare un pupazzo in modo che due poliziotti, posizionati ognuno all'estremità di due muri che si intersecano a croce, non possano vederlo.

¹²⁴ Donaldson M. (2010), *Come ragionano i bambini* cit., p.7.



Margaret Donaldson, in *Come ragionano i bambini*, così si esprime in proposito:

Nel tentativo di conciliare i risultati di Hughes con quelli di Piaget, ho avanzato la teoria che il compito di Hughes sia facile da afferrare per un bambino perché è comprensibile sul piano umano. Si basa sulla comprensione dell'interazione di due intenzioni complementari di tipo molto elementare: l'intenzione di fuggire e l'intenzione di inseguire e catturare. Vale però la pena di osservare che la comprensione di queste due intenzioni così complementari, seppur semplici ed elementari, richiede già una capacità di decentrare, che non riguarda la comprensione letterale di un altro punto di vista: non quello che un'altra persona *vede* da un determinato punto di vista, ma ciò che prova o progetta di fare. Il compito di Hughes, sebbene originariamente concepito per mettere alla prova la prima capacità, si basa anche sulla seconda. E l'ipotesi che propongo è che la seconda sia una dote umana assolutamente fondamentale.¹²⁵

Il bambino deve rintracciare un “senso umano” in ciò che fa e i motivi e le intenzioni che stanno alla base della prova di Hughes (fuga e inseguimento, non a caso schemi d'azione di un gioco universale quale il *nascondino*) risultano del tutto comprensibili anche a bambini di scuola dell'infanzia.

D'accordo con la Donaldson, i teorici della **ToM (Theory of Mind)**¹²⁶ hanno dimostrato attraverso vari esperimenti, tra i quali il “**test della falsa credenza**” e quello della “**confezione ingannevole**” o degli Smarties¹²⁷, che il processo di decentramento che permette ai bambini di

¹²⁵ Ibidem, p.12.

¹²⁶ La **teoria della mente** (Premack e Woodruff, 1978) o **rappresentazione della soggettività** (Battistelli, 1992) rientra nel quadro di riferimento teorico dello Human Information Processing (HIP) e riguarda la capacità di “leggere” la mente altrui, ovvero di attribuire stati mentali a sé e agli altri e di prevedere i comportamenti propri e altrui. Si tratta di un approccio di *psicologia intuitiva*, fortemente correlato al concetto di **metacognizione**, poiché presuppone la comprensione che la mente umana è un sistema che costruisce e organizza rappresentazioni della realtà. La ToM riveste particolare importanza nell'ambito della *psicologia dello sviluppo*, in quanto permette di comprendere le varie tappe dei processi di mentalizzazione del bambino.

Per approfondimenti rimando a: Cadamuro A., Farneti A. (2008), *Insegnanti e bambini – Idee e strumenti per favorire la relazione*, Roma, Carocci, pp.82-93. Si veda inoltre: Karmiloff-Smith A. (1992), *Oltre la mente modulare – Una prospettiva evolutiva sulla scienza cognitiva*, trad. it. Bologna, Il Mulino, 1995, cap.V, pp.171-200.

¹²⁷ Entrambi gli esperimenti vengono descritti in: Cadamuro A., Farneti A. (2008), *Insegnanti e bambini – Idee e strumenti per favorire la relazione* cit., pp.90-93.

giungere a una teoria rappresentazionale della mente comincia intorno ai 4 anni. Se a 2-3 anni è già presente la concezione secondo cui le azioni umane sono guidate da *desideri*, è solo verso i 4 anni che il bambino diviene consapevole del fatto che le azioni degli altri sono motivate dalle loro *credenze*. Questo cambiamento presuppone la comparsa del **pensiero metarappresentativo**, ovvero della “capacità di comprendere che le persone agiscono in base alla rappresentazione che hanno della realtà esterna, più che in funzione della realtà oggettiva. Questa struttura cognitiva viene anche definita come *pensiero ricorsivo*, cioè il *pensiero che pensa il pensiero*: ‘Io penso che tu pensi che...’¹²⁸

A prescindere dall’approccio teorico che si vuole adottare per spiegarne l’evoluzione¹²⁹, la ToM non sorge all’improvviso, ma si sviluppa progressivamente, nel corso della prima infanzia, attraverso un lungo processo di revisione e aggiustamenti¹³⁰; tale processo rimanda al modello di “ridescrizione rappresentazionale” elaborato da Karmiloff-Smith.

III. 1. 2. 5. Il modello RR (Ridescrizione Rappresentazionale)

Nel suo tentativo di conciliare il costruttivismo piagetiano con alcuni aspetti delle teorie innatiste che riconoscono nella specificità di dominio un tratto caratteristico del processo conoscitivo, **Annette Karmiloff-Smith** avanza l’ipotesi che la conoscenza si costruisca attraverso la **ridescrizione rappresentazionale** delle informazioni di cui si è già in possesso. Nell’acquisizione della conoscenza la mente sfrutta l’informazione già immagazzinata (sia essa innata o acquisita) rappresentando in modo nuovo, cioè in un diverso formato rappresentazionale, i contenuti delle rappresentazioni interne.

Il modello RR cerca di dar conto del modo in cui le rappresentazioni del bambino divengono progressivamente manipolabili e flessibili, in relazione all’emergere dell’accesso conscio alla conoscenza e alla costruzione di teorie da parte del bambino. Il modello implica un processo ciclico, mediante cui l’informazione già presente in rappresentazioni finalizzate, che funzionano autonomamente nell’organismo, è resa via via disponibile (attraverso processi di ridescrizione) ad altre parti del sistema cognitivo. In altri termini, la ridescrizione rappresentazionale è un processo mediante il quale le informazioni implicite *nella* mente divengono in seguito conoscenze esplicite *per* la mente, prima in relazione a un dominio particolare e poi, eventualmente, ad altri.¹³¹

¹²⁸ Ibidem, p.82.

¹²⁹ L’ipotesi più accreditata è che lo sviluppo della teoria della mente poggi su una base innata, modificabile dalle esperienze sociali e culturali nel corso dello sviluppo. Per una carrellata delle prospettive teoriche volte a illustrare la genesi e lo sviluppo della ToM rimando nuovamente a: Cadamuro A., Farneti A. (2008), *Insegnanti e bambini – Idee e strumenti per favorire la relazione* cit., pp.84-86.

¹³⁰ Precursori della ToM sono: il performativo dichiarativo, la condivisione dell’attenzione tramite lo sguardo, l’intenzionalità comunicativa, l’apprendimento imitativo, il gioco simbolico o di finzione e la capacità di dire bugie. Ibidem, pp.87-89.

¹³¹ Karmiloff-Smith A. (1992), *Oltre la mente modulare – Una prospettiva evolutiva sulla scienza cognitiva* cit., pp.41-42.

Mentre Piaget propone una teoria stadiale caratterizzata da conoscenze generali gerarchicamente ordinate, per Karmiloff-Smith le conoscenze sono dominio-specifiche, ma la loro evoluzione dalla “padronanza comportamentale” alla verbalizzazione e costruzione di teorie implica un processo di natura endogena che trascende la modularità delle stesse conoscenze cui si riferisce.

In quanto *processo* effettivo, la ridecrizione rappresentazionale è indipendente dal dominio, ma è influenzata dalla forma e dal livello di esplicitazione propria delle rappresentazioni su cui si basa la particolare conoscenza dominio-specifica che al momento si possiede. Dicendo che la ridecrizione rappresentazionale è dominio generale non voglio asserire che essa implica un cambiamento simultaneo nei vari domini, bensì che, entro ciascun particolare dominio, il processo di ridecrizione rappresentazionale è lo stesso. Insomma, il modello RR è un modello a *fasi*, non un modello a *stadi*. I modelli a stadi, come quello di Piaget, sono relativi all’età e coinvolgono cambiamenti fondamentali che attraversano tutto il sistema della cognizione. La ridecrizione rappresentazionale si suppone invece avvenga ripetutamente all’interno di microdomini lungo tutto l’arco dello sviluppo, e perfino in età adulta – almeno per quanto riguarda certi tipi di apprendimento.¹³²

Le fasi in cui si articola il modello RR sono tre. Nella prima fase, che culmina con la “padronanza comportamentale”, l’apprendimento è guidato dalle informazioni o dati provenienti dall’esterno. La seconda fase dipende dalle dinamiche interne, nel senso che lo stato delle rappresentazioni della conoscenza relativa a un microdominio prevale sulle informazioni provenienti dall’esterno, tanto che può avere luogo un calo d’efficienza nel comportamento. Infine, nella terza fase, rappresentazioni interne e dati esterni si ricompongono, raggiungendo un equilibrio tra le esigenze di controllo interno ed esterno. Le rappresentazioni interne che sostengono queste tre fasi si collocano su quattro distinti livelli di rappresentazione della conoscenza che Karmiloff-Smith così indica: Implicito (I), Esplicito-1 (E1), Esplicito-2 (E2), Esplicito-3 (E3).¹³³

Queste diverse forme di rappresentazione non costituiscono stadi di cambiamento evolutivo correlati all’età, ma parti di un ciclo iterativo che ha luogo ripetutamente all’interno di differenti microdomini, permeando lo sviluppo nella sua globalità.¹³⁴

Senza entrare nello specifico dei diversi livelli rappresentazionali, mi interessa qui evidenziare come inizialmente le conoscenze vengano codificate in modo molto dettagliato e isomorfo rispetto alle caratteristiche dello stimolo, tanto che, se un bambino viene interrotto durante la fase di apprendimento di una procedura, difficilmente riuscirà a portare a compimento il compito che richiede l’applicazione della procedura in questione; il comportamento generato dalle rappresentazioni di livello I manca di flessibilità, perché in questa fase l’informazione è disponibile in forme molto rigide e sensibili a ogni elemento che turba il formato (così, ad esempio, il bambino che conta una serie di oggetti o che li ordina in sequenza, al pari di quello che sta imparando a

¹³² Ibidem, p.42.

¹³³ Cfr. ibidem, pp-42-44.

¹³⁴ Ibidem, p.44.

memoria una poesia, sarà costretto a riprendere il suo lavoro dall'inizio nel caso in cui venga interrotto). Col raggiungimento della padronanza comportamentale, ovvero dell'automatizzazione delle procedure, può prendere il via la successiva attività di riconfigurazione dei formati iniziali, che rende le rappresentazioni della conoscenza sempre meno specifiche, e quindi progressivamente disponibili a essere utilizzate in ambiti rappresentazionali diversi, non necessariamente collegati al dominio (o microdominio) iniziale.

“Il livello E1 comporta delle rappresentazioni esplicitamente definite che si possono manipolare e collegare ad altre rappresentazioni, anch'esse a loro volta ri-descritte”, tuttavia “le rappresentazioni E1, per quanto disponibili come dati presenti nel sistema, non sono necessariamente accessibili alla coscienza e alla verbalizzazione”.¹³⁵

Un altro assunto del modello RR è che l'accesso conscio e la verbalizzazione sono possibili soltanto a livelli superiori rispetto al livello E1. L'ipotesi è che a livello E2 le rappresentazioni sono accessibili alla coscienza ma non al resoconto verbale (che è possibile solo al livello E3). [...] L'esito ultimo di tutte queste ridescrizioni è che nella mente esistono rappresentazioni multiple di conoscenze simili, a diversi livelli di dettaglio e di esplicitazione. [...] L'ipotesi qui avanzata è che, a qualsiasi età, non esistono cambiamenti globali, indipendenti dal dominio, nel formato delle rappresentazioni. [...] Il processo effettivo di ridescrizione rappresentazionale è considerato dominio-generale, ma opera entro ciascun dominio specifico in momenti diversi ed è vincolato dai contenuti e dal livello di esplicitazione che pertengono alle rappresentazioni in ciascun microdominio.¹³⁶

Un'altra fondamentale differenza con la concezione piagetiana sta nel fatto che, mentre quest'ultima interpreta l'instabilità del sistema, ovvero il *conflitto cognitivo* scaturente dall'interazione con l'ambiente esterno, come un indispensabile presupposto del cambiamento, e quindi dello sviluppo, nel modello RR è proprio la stabilità interna al sistema a generare il processo di ridescrizione rappresentazionale attraverso il quale si attua lo sviluppo cognitivo.

Quanto detto mi sembra sufficiente per operare un'analisi più approfondita di alcuni comportamenti manifestati dai bambini durante l'attuazione del progetto *Artefatti fatti ad arte*.

III. 1. 2. 6. Il formato dell'esplicitazione verbale

Al di là della preferenza accordata al *microspazio* della griglia blu di Bee-bot, piuttosto che al *mesospazio* della griglia gialla dei bambini, la concreta realizzazione dei compiti di coordinamento dei punti di vista e/od orientamento spaziale ha comportato meno problemi della **verbalizzazione** degli stessi. Se digitare i comandi sul dorso-tastiera del robot affinché Bee-bot percorresse sulla griglia blu un tragitto progettato dallo stesso bambino, come pure da altri, non comportava problemi per la maggior parte dei componenti del gruppo sezione, non si può certo dire

¹³⁵ Ibidem, p.47.

¹³⁶ Ibidem, pp.47-51.

che la descrizione verbale delle indicazioni fornite risultasse altrettanto semplice, pur avendo dinnanzi una copia del percorso programmato. Lo stesso scollamento tra sistemi semiotici si verificava quando un bambino, anziché eseguire direttamente le istruzioni per realizzare un dato percorso sulla griglia gialla, era chiamato a guidare verbalmente un compagno nell'esecuzione del medesimo percorso.

Nel precedente capitolo ho avanzato una spiegazione al riguardo evidenziando l'analogia tra la funzione del digitare e quella dell'indicare nel momento in cui si impara a contare. In fase di apprendimento di una procedura, l'azione concreta costituisce un indicatore del punto a cui si è giunti in grado di rendere meno rigida e più efficace la procedura stessa. Il bisogno di **riferimenti espliciti** per veicolare competenze e contenuti della conoscenza ancora impliciti rimanda al modello di ridescrizione rappresentazionale. Abbiamo visto che, secondo questo modello, tra la "padronanza comportamentale" (nel nostro caso la capacità di programmare Bee-bot affinché esegua un determinato percorso sulla griglia blu o di effettuare lo stesso percorso muovendosi sulla griglia gialla) e la verbalizzazione della teoria interna che sorregge il comportamento in questione (ovvero la descrizione verbale o spiegazione dei comandi impartiti al robot o direttamente eseguiti) si verificano una serie di **riconfigurazioni** attraverso le quali si giunge a nuove forme, sempre più versatili, di conoscenza.

Dal punto di vista didattico, si tratta quindi di capire come sia possibile favorire il processo di ridescrizione rappresentazionale. Dato che l'attività di riconfigurazione dei formati iniziali si avvale degli **schemi d'uso** impiegati dal soggetto durante lo svolgimento dei compiti in cui è impegnato, sarà utile che l'insegnante promuova la piena padronanza degli schemi di cui l'allievo è già in possesso e soprattutto la nascita di nuovi e differenziati schemi d'uso. Il processo di mediazione didattica attuato sfruttando il potenziale semiotico di un artefatto cognitivo in relazione allo svolgimento di un determinato compito si rivela quindi idoneo a favorire la ridescrizione rappresentazionale delle conoscenze.

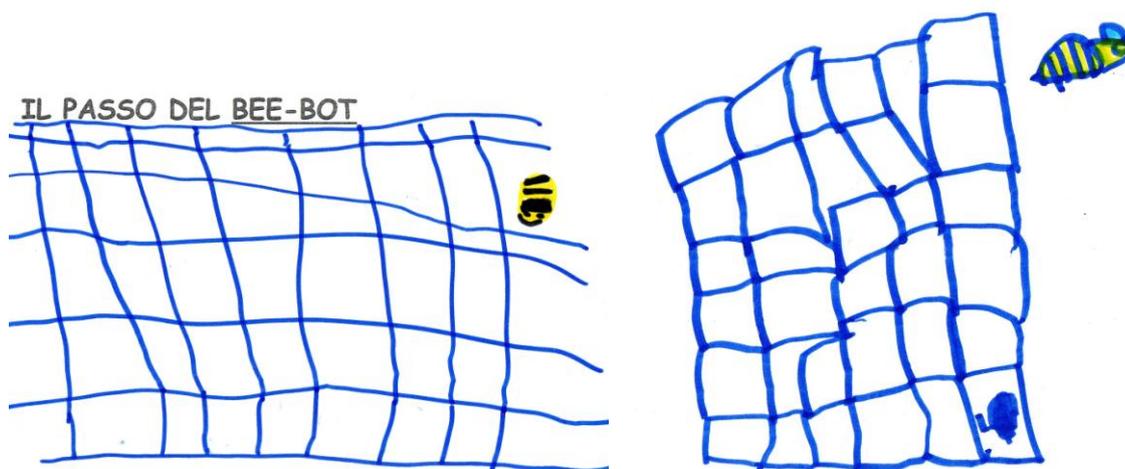
Da quanto precedentemente esposto¹³⁷, sappiamo che gli schemi d'uso dipendono dal compito, e dunque dal tipo e dall'ordine delle consegne previste dall'insegnante, dalla scelta di uno o più artefatti che possono rivelarsi utili nell'esecuzione del compito assegnato, e dall'evoluzione delle tracce o *segni situati* prodotti dagli allievi verso segni sempre più rispondenti al tipo di sapere a cui ci si riferisce. In particolare, per quanto concerne la **verbalizzazione**, ritengo fondamentale il progressivo passaggio da un lessico generico a una terminologia sempre più specifica. Anche con bambini di scuola dell'infanzia, l'introduzione ragionata di termini specifici del **lessico matematico** può agevolare l'espressione verbale delle conoscenze matematiche ancora implicite o

¹³⁷ Si vedano gli *aspetti cognitivi e didattici* trattati nel capitolo I della presente dissertazione.

espressamente rappresentate in altri formati. Non esistono infatti parole facili e difficili, ma termini più o meno appropriati al contesto di utilizzo e l'opportunità di esprimere attraverso una parola concetti che richiederebbero una complessa spiegazione non può che aiutare il bambino, così come l'adulto, a comunicare a se stesso e agli altri i contenuti della sua conoscenza.

III. 1. 3. L'importanza della consegna e il disegno infantile

In due diverse occasioni la mia richiesta di **disegnare lo spazio** si è rivelata inadeguata al fine di ottenere il risultato sperato; nel primo caso si trattava della griglia blu di Bee-bot, nel secondo dell'aula come contenitore di altri spazi significativi (spazio del capofila, angolo della lettura, tappeto delle costruzioni, angolo morbido, tavolo della pittura, angolo della cucina, tavolo quadrato delle attività). Ciò dimostra come la **scelta della consegna** non dipenda esclusivamente dall'obiettivo individuato dall'insegnante, ma anche dalle competenze degli allievi, sia in termini di comprensione che operazionali.



La mia richiesta di disegnare la griglia blu con uno dei percorsi seguiti da Bee-bot ha generato un vero e proprio problema. La difficoltà di riprodurre uno spazio geometricamente costruito, senza l'ausilio di strumenti e da parte di bambini di 5-6 anni, impediva la precisione necessaria a svolgere il compito. Le produzioni grafiche individuali evidenziano, nei casi migliori, il conteggio e la conseguente riproduzione di sei caselle in "ascissa e ordinata" cui non sempre corrisponde il loro prodotto nel "piano cartesiano".

Se la richiesta di disegnare la griglia blu non poteva essere soddisfatta dai bambini perché non avevo fornito loro gli strumenti necessari a espletare il compito (ovvero strumenti per il disegno

geometrico, quali riga e squadra) e soprattutto le competenze per utilizzarli in maniera adeguata, la consegna relativa alla rappresentazione della loro aula non è probabilmente stata compresa dai bambini secondo la prospettiva dell'insegnante.

Esiste un modo convenzionale di rappresentare bidimensionalmente lo spazio tridimensionale e gli oggetti in esso contenuti che prevede l'adozione di una **visione dall'alto**. Questo tipo di rappresentazione, proprio perché **convenzionale**, e quindi scelto al fine di favorire una comune interpretazione, va appreso e non è detto che bambini di 5 anni, seppur esposti a molteplici esempi di un tale modo di disegnare, lo sappiano praticare.

La mia consegna riflette una buona dose di quell'egocentrismo di cui parla Margaret Donaldson quando afferma che “quanto meglio conosciamo una cosa, tanto più corriamo il rischio di comportarci in maniera egocentrica in relazione alla nostra conoscenza”¹³⁸. In ogni caso le produzioni grafiche dei bambini, oltre a essermi personalmente servite a “decentrare”, hanno costituito importanti *testi situati* destinati a evolvere verso produzioni più mature dal punto di vista matematico.

L'iter seguito al fine di condurre i bambini a realizzare una sorta di disegno in pianta, anche se non ancora rispettoso delle misure e delle relazioni spaziali tra i vari ambienti considerati, è stato descritto nel precedente capitolo. Qui intendo evidenziare gli aspetti emotivo-affettivi e comunicativi che, accanto a quelli più propriamente cognitivi, concorrono a determinare il **ruolo funzionale del disegno** nel processo globale di apprendimento e sviluppo. La prospettiva metateorica che consente una tale chiave di lettura del disegno infantile si rifà, ancora una volta, all'approccio elaborato dalla scuola storico-culturale russa. Secondo Vygotskij “lo sviluppo dei bambini è un sistema dinamico di processi unitari ma non uniformi, integrali ma non omogenei”¹³⁹. Ciò significa che il disegno non può essere isolato dalle altre abilità mentali del bambino pur avendo una sua specifica funzione strumentale. Se da un lato è “importante mettere in relazione il disegno a processi quali il linguaggio (nelle sue forme orale e scritta), il gesto e il gioco simbolico, poiché tutti questi processi sono finalizzati al compito sovraordinato di dominare i modi socio-semiotici di comunicazione”, dall'altro lato “è attraverso il confronto e la giustapposizione, la ricerca di somiglianze e differenze, di contrasti e analogie tra vari aspetti della progressiva abilità del bambino a partecipare alla vita sociale (cioè ad attività interattive, condivise e significative con altre persone) che si rivela l'unicità del disegno infantile”¹⁴⁰.

All'interno di questo quadro di riferimento teorico, **Anna Stetsenko** dimostra come

¹³⁸ Donaldson M. (2010), *Come ragionano i bambini* cit., p.6.

¹³⁹ Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., p.151.

¹⁴⁰ Ibidem.

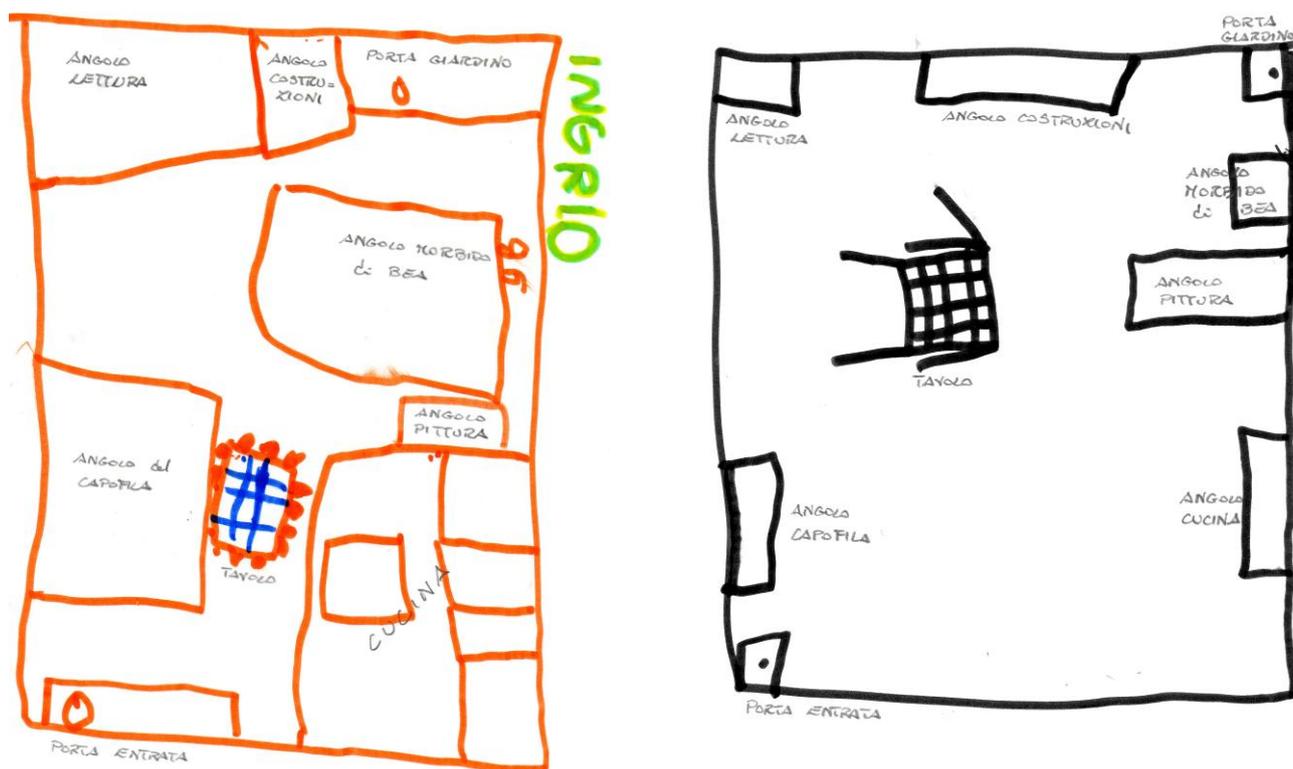
... la padronanza del processo del disegno è un passo importante nello sviluppo della competenza simbolica del bambino; cioè l'abilità a rappresentare simbolicamente il mondo in modi decontestualizzati. Disegnare segna la "seconda grande scoperta" sui simboli (sia linguistici che non linguistici) da parte del bambino – e sul loro potenziale di stare al posto delle cose e contemporaneamente essere cose per loro diritto. Questa scoperta porta agli sviluppi successivi del pensiero astratto, dell'immaginazione e del ragionamento logico, dal momento che permette ai bambini di compiere un insieme molto più vasto di operazioni all'interno di un sistema di simboli. [...] Dare una funzione psicologica concreta al processo del disegno – quella di stabilire la natura duale dei simboli – ci aiuta a comprendere meglio perché il disegno è così attraente e importante per i bambini di una certa età. Sotto tale prospettiva è chiaro che il disegno non emerge e non si sviluppa da solo; piuttosto esso svolge una funzione importante nello sviluppo complessivo del bambino, potenziando la sua abilità ad operare in uno specifico medium simbolico. Questa abilità permette al bambino di comunicare meglio in contesti sociali complessi, che richiedono non solo l'uso di rappresentazioni simboliche in riferimento al mondo, ma anche un'abilità di secondo ordine ad operare con i simboli stessi.¹⁴¹

Quanto detto riguarda il processo del disegnare in generale e quindi anche la **rappresentazione dello spazio**. Quest'ultima, che per il mondo adulto implica l'uso di specifici sistemi di regole convenzionalmente stabiliti, costituisce per il bambino un canale di comunicazione ancora in fieri nel quale confluiscono aspetti di carattere emotivo che vengono, più o meno chiaramente, espressi. Il fatto che gli stessi spazi vengano rappresentati da bambini diversi in maniera alquanto differente non è esclusivamente imputabile alla mancata conoscenza di una convenzionale modalità rappresentativa, ma dipende anche dal personale rapporto che ogni bambino ha instaurato con lo spazio in generale e con gli spazi che intende rappresentare in particolare.

La rappresentazione dello spazio nel bambino – e in certa misura anche nell'adulto – riflette abbastanza fedelmente i rapporti spaziali nei quali si trovano immersi gli oggetti e le persone della sua vita affettiva, quindi i vissuti spaziali del suo mondo interno. Ne deriva che per il bambino, lo spazio, lungo i primi anni di vita, sarà molto più un elemento soggettivo che oggettivo.¹⁴²

¹⁴¹ Ibidem, pp.156-157. Questa citazione e le due precedenti sono tratte da un contributo della psicologa di fama internazionale Anna Stetsenko presente nel volume di Bartolini Bussi; l'articolo originale è pubblicato nel volume *Looking and Drawing: Theoretical Perspectives*, edito a Londra da Simon e Schuster a cura di G. Thomas e Ch. Lange nel 1995.

¹⁴² Spadoni S. (1996), *Il senso dello spazio e la sua rappresentazione grafica nel disegno infantile*, in "Infanzia", n.10/9, La Nuova Italia Editrice.



Così, ad esempio, Ingrid, spesso impegnata in cucina nel gioco simbolico, nel suo disegno assegna grande spazio a quest'angolo differenziandone all'interno diverse porzioni corrispondenti all'arredo in esso contenuto (credenza, lavandino, fornelli, tavolino), mentre Mitja, esperto costruttore Lego, attribuisce al tappeto delle costruzioni un'estensione che, rapportata agli altri spazi, in realtà non ha. Interessante in entrambi i disegni è la rappresentazione del tavolo di lavoro, fulcro delle nostre attività con Bee-bot. A differenza degli altri spazi, dei quali viene tracciato solo il contorno, il tavolo si arricchisce infatti di particolari rilevanti: nel disegno di Ingrid compaiono la griglia blu di Bee-bot e le teste dei bambini intorno al tavolo viste dall'alto; in quello di Mitja, oltre all'elemento realistico della griglia di Bee-bot (presente nella maggior parte delle produzioni dei bambini), si vedono le gambe del tavolo rese per mezzo di un'improbabile visione prospettica.

La spazialità che caratterizza i disegni dei bambini dai 4 ai 6 anni circa è definita abitualmente **topologica**. Gli elementi del mondo reale vengono ripresi dall'alto e descritti analiticamente per quello che sono, o meglio per quello che il bambino conosce di essi. Ogni forma è indagata singolarmente prescindendo dalla relazione spaziale che ha con gli altri elementi contigui. Il bambino in questa fase sembra tener poco conto dei dati della percezione, in altre parole, trattiene di questa solo ciò che consente il riconoscimento dell'oggetto. Il suo intento è quello di fissare sulla carta gli elementi che permettono una facile e rapida identificazione dell'elemento da lui indagato. Tutti gli artifici che il bambino escogita per questa resa spaziale mirano alla rappresentatività. [...] Per lui si tratta principalmente di raccontare quello che già conosce del mondo e quello che va scoprendo nel momento stesso in cui elabora graficamente una forma, per questo motivo accumula infiniti particolari e molteplici punti di vista e tutto a scapito della verosimiglianza.¹⁴³

¹⁴³ Ibidem.

III. 1. 4. Segni situati e testi matematici

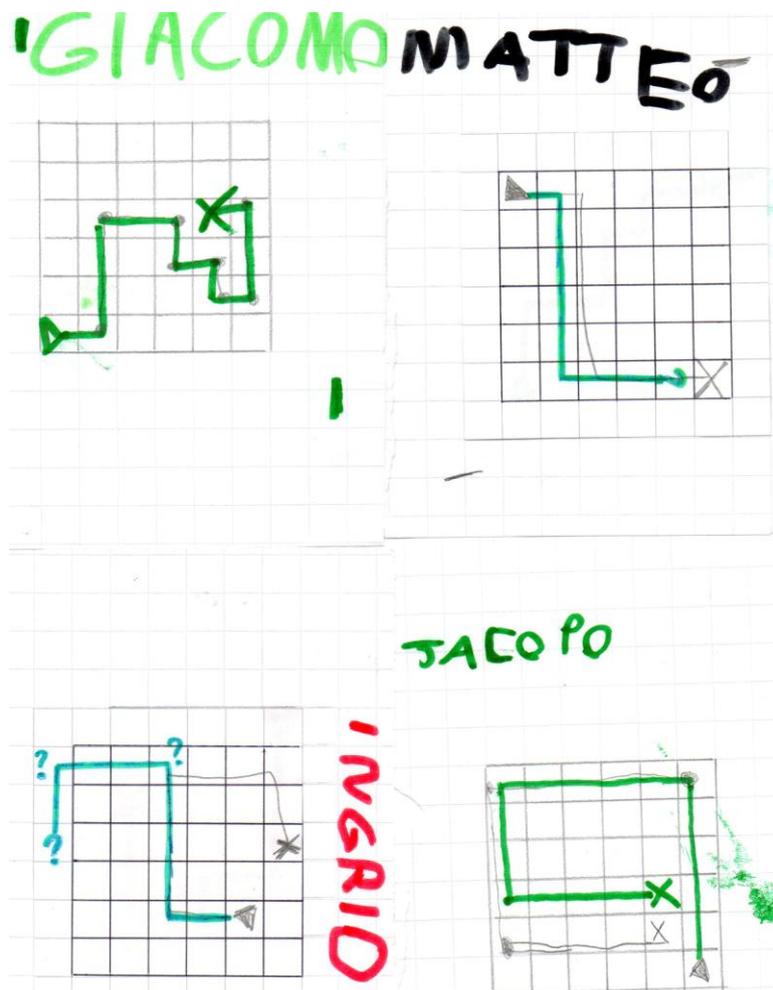
La preparazione di schede con griglie precostituite da parte dell'insegnante, nata dal bisogno di rappresentare graficamente i percorsi effettuati o da effettuare, ha introdotto un nuovo spazio, isomorfo a quello delle griglie blu e gialla, da confrontare con queste e da interpretare in base alle consegne dell'insegnante. La richiesta di programmare Bee-bot per fargli seguire un percorso progettato da altri implica la capacità da parte del bambino di decodificare un particolare linguaggio grafico e, successivamente, di convertire le informazioni ricavate in comandi o istruzioni da impartire a un giocattolo programmabile.

A questo punto val la pena chiarire il percorso che dal "gioco" di far muovere Bee-bot sulla griglia blu ha condotto al possesso della capacità di fornire indicazioni spaziali basate sulla lettura di un testo scritto. Infondo si è semplicemente trattato di rendere tangibili, e quindi graficamente visibili, quei segni che i bambini già producevano quando programmavano Bee-bot affinché, partendo da una casella, ne raggiungesse un'altra che conteneva inizialmente qualcosa di concreto (un pennarello, una gomma, un temperamatite...) e poi un segno (la X tracciata direttamente sul tavolo). Una volta ottenuta una certa perizia nel programmare l'artefatto, attraverso l'empirica sperimentazione per prove ed errori, il nuovo input dato dalla consegna di programmarlo in base a un determinato tragitto, di cui si conservava una traccia grafica, ha agevolato nei bambini la verbalizzazione dei comandi impartiti che, in mancanza del testo scritto, costituiva un ostacolo quasi insormontabile.

L'idea di dotare i bambini di un *testo matematico* a loro accessibile in virtù della ricategorizzazione dell'esperienza svolta, ha confermato le competenze acquisite durante il percorso promuovendone al contempo l'evoluzione verso la verbalizzazione. Abbiamo già sottolineato come l'esplicitazione verbale dei contenuti della conoscenza richieda un'attività di ridescrizione rappresentazionale volta a rendere disponibile il sapere in contesti anche molto diversi da quello di partenza; tutto ciò comporta una riflessione di tipo metacognitivo sul proprio agire e sul proprio pensare che innalza la qualità dalla stessa conoscenza.

Dalla lettura di un *testo matematico* scritto da altri alla produzione di un proprio testo con analoghe caratteristiche il passo è breve. I bambini hanno così iniziato, per imitazione, a inventare e progettare percorsi per Bee-bot graficamente tracciati, e quindi scritti, su griglie vergini. La lettura di tragitti da far compiere a Bee-bot sulla griglia blu o ai compagni sulla griglia gialla ha animato parecchie delle nostre sedute invitando i bambini a confrontarsi tra loro intorno alle strategie adottate per risolvere i problemi appositamente predisposti dall'insegnante o che nascevano dall'interazione con l'artefatto.

Narro un episodio del nostro percorso che considero significativo al riguardo. Dato che un pomeriggio avevo dimenticato le matrici delle schede da fotocopiare ed era presente un esiguo numero di bambini, ho cominciato a costruire su dei fogli quadrettati delle piccole griglie di 6x6 centimetri che ho consegnato a ogni bambino affinché inventasse un nuovo percorso per Bee-bot. A turno ognuno programmava il robot in base al suo progetto e io segnavo con un pennarello sulla piccola griglia i movimenti di Bee-bot in tempo reale, in modo da evidenziare eventuali discrepanze tra progetto e realizzazione dello stesso. È stato per me sorprendente vedere come, in caso di *errori*, i bambini intervenissero spontaneamente per individuarne la fonte e correggerli. Ho apprezzato soprattutto il fatto che non venisse giudicato il bambino autore del “fallo”, ma si cercasse di rintracciare il punto del percorso in cui si era verificato. Emergeva una filosofia del tipo: “*se hai sbagliato basta tornare indietro e capire dove e perché*”. Tale filosofia nasce proprio dall’interazione con Bee-bot, che rende consapevoli degli errori senza lasciare quelle indelebili tracce che portano a rifiutarli; infondo se sbagli basta cancellare col tasto blu CLEAR e riprogrammare, ma per riprogrammare correttamente devi capire dove si è verificato il *bug* e cosa ti ha portato a commetterlo.



III. 1. 5. Contare per misurare

Nonostante le mie consegne e i compiti che si sono succeduti durante lo svolgimento del progetto *Artefatti fatti ad arte* non richiedessero in maniera esplicita di contare alcunché, il possesso di **capacità di conteggio** era implicito in diverse circostanze che si sono presentate. Ad esempio, per programmare i movimenti di Bee-bot sulla griglia blu, così come i propri o quelli dei compagni sulla griglia gialla, era necessario non solo sapersi orientare in questi due spazi, ma anche contare i passi del robot o dei bambini. Nella fase di analisi della situazione iniziale ho appurato che tutti i bambini del gruppo sapessero contare almeno fino a dieci (in realtà la maggior parte di loro si spingeva ben oltre la prima decina già a inizio anno). Ho verificato questa loro capacità tramite semplici consegne nelle quali non bastava recitare la filastrocca dei numeri, ma era necessario stabilire una doppia corrispondenza biunivoca tra parola-numero e gesto e tra gesto e oggetto contato e successivamente individuare nell'ultima parola-numero pronunciata la cardinalità dell'insieme degli oggetti contati¹⁴⁴.

La fase del nostro progetto durante la quale la capacità di contare si è rivelata fondamentale è stata quella in cui i bambini hanno misurato col **“passometro”** (il bastone lungo quanto il passo di Sofia) le dimensioni della loro aula e degli spazi in essa contenuti. Trattandosi di una **misurazione diretta**, volta quindi a stabilire il numero di campioni contenuti nella grandezza da misurare, i bambini hanno pensato di spostare più volte la loro **unità di misura** segnando una tacca direttamente sul pavimento o gli arredi della loro aula; il conteggio finale dei segni corrispondenti ai loro gesti replicati ha infine decretato il **numero dimensionato** risultato dalla loro ricerca.

Nel procedimento adottato dai bambini si può notare come non esista nella realtà una frattura tra il concetto di numero come misura di *quantità continue* e numero come mezzo per contare *quantità discrete*. Già gli studi di carattere storico-epistemologico svolti nell'Unione Sovietica da **Davydov** e **Gal'perin** negli anni '60, partendo dalle riflessioni di grandi matematici come **Kolmogorov** e **Lebesgue**, hanno evidenziato come il concetto di numero derivi dalla **misurazione di quantità continue** che rinvia al dominio dei **numeri reali**¹⁴⁵. Un numero reale non è altro che il rapporto tra una grandezza che si vuole quantificare e un'altra a essa omogenea che viene convenzionalmente scelta come unità di misura. Tale rapporto può essere *intero* (nei casi in

¹⁴⁴ Si vedano in proposito i cinque principi individuati da Gelman e Gallistel che, in *The child's understanding of number* (1978), hanno analizzato la genesi del concetto di numero e l'evoluzione del processo del contare nei bambini; tali principi sono riportati e brevemente analizzati in: Bartolini Bussi M.G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio* cit., pp.58-62.

¹⁴⁵ Traggio i suggerimenti bibliografici e le considerazioni che seguono dal corso in *Didattica della matematica* tenuto dalla prof.ssa Maria Giuseppina Bartolini Bussi nell'anno accademico 2010/2011 e dalla lettura di: Gal'perin P.Ja (1977), *Contributo alla teoria dello sviluppo intellettuale del bambino*, in Veggetti M.S. (a cura di), *La formazione dei concetti*, Firenze, Giunti Barbera, pp.51-63.

cui l'unità scelta sia contenuta un esatto numero di volte nella grandezza in questione), *razionale* (quindi aritmeticamente indicato da una frazione), oppure *irrazionale* se la grandezza che si intende misurare è incommensurabile con l'unità di misura adottata (si pensi, ad esempio, a lato e diagonale del quadrato). Da un punto di vista didattico un tale approccio rovescia il tradizionale percorso che, ampliando progressivamente l'insieme dei numeri da proporre agli studenti, va dai *naturali* sino ai *reali*; qui al contrario, partendo dall'insieme dei *numeri reali*, si procede al riconoscimento dei sottoinsiemi dei *razionali*, degli *interi* e dei *naturali*, che altro non sono che particolari tipologie di *numeri reali*.

Le intuizioni di Davydov e Gal'perin trovano conferma in recenti studi d'ambito neuroscientifico e cognitivo che dimostrano come le abilità di conteggio e misurazione si sviluppino in parallelo e conducano insieme alla costruzione del concetto di numero. **Gelman** e **Gallistel**, rivedendo alcune delle posizioni precedentemente sostenute, in uno studio del 2005 asseriscono che il sistema dei *numeri reali* sia psicologicamente primitivo, nella filogenesi come nell'ontogenesi, e che si sviluppi prima del **linguaggio**; quest'ultimo e i **numeri naturali** emergerebbero in concomitanza perché entrambi sono **sistemi semiotici discreti**¹⁴⁶.

In realtà l'apparente inconciliabile differenza tra l'atto del contare, che origina i *numeri naturali*, e l'atto del misurare, che genera i *numeri reali*, si può superare facendo riferimento al **modello dell'accumulatore** proposto nel 1977 da **Gibbon**¹⁴⁷. Non solo le grandezze che rappresentano durate, ma anche quelle che rappresentano cardinalità si possono determinare per accumulazione, come dimostrato dalla capacità di talune persone di "vedere" i numeri rappresentati come lunghezze disposte su una linea mentale orientata da sinistra verso destra. Il modello dell'accumulatore può infatti essere interpretato come una linea numerica che si allunga progressivamente permettendo di identificare, seppur in maniera approssimata, i numeri che vi giacciono sopra. Così concepito, il ruolo funzionale della **linea numerica mentale** potrebbe riguardare tanto la cardinalità (ovvero l'entità della grandezza rappresentata), quanto l'ordinalità (cioè il posizionamento della stessa grandezza all'interno della sequenza dei numeri)¹⁴⁸.

Risulta quindi evidente come in ambito didattico sia opportuno avvalersi di un **approccio complesso** che consideri i diversi aspetti del concetto di numero: ricorsivo, ordinale, cardinale, di

¹⁴⁶ Gallistel C.R., Gelman R. Cordes S. (2005), *The Cultural and Evolutionary History of the Real Numbers*, in Levinson S. e Jaisson P. (Eds.), *Culture and Evolution*, Cambridge, MA: MIT Press.

Si veda anche: Rizzo A. (2000), *La natura degli artefatti e la loro progettazione* cit.

¹⁴⁷ Gibbon ha elaborato un modello in cui un flusso di impulsi riempie un accumulatore nel corso di un certo intervallo di tempo, in modo tale che l'accumulazione cresce in proporzione alla durata del flusso; al termine del flusso, e del tempo, l'accumulazione viene letta e messa in memoria.

¹⁴⁸ Cfr. Zorzi M. (2004), *La rappresentazione mentale dei numeri: neuropsicologia dell'"intelligenza numerica"*, in "Difficoltà in matematica", supplemento n.1 al periodico "Difficoltà di apprendimento", n10/1, Trento, Erickson, pp.57-69; consultabile on line: http://sportellodsa.erickson.it/wp-content/uploads/downloads/2012/04/DM_15.pdf.

Si veda inoltre: Dehaene S. (1997), *Il pallino della matematica* cit.

misura. Il principale rischio di un approccio unico al numero sta nella separazione che potrebbe crearsi tra la cultura della scuola e la vita quotidiana. I bambini si confrontano ogni giorno con i diversi aspetti del numero ed è artificioso che, in nome di un approccio ritenuto più valido di altri, venga ostacolata la loro sistemica capacità conoscitiva.

Per quanto concerne in particolare l'**aspetto di misura del numero**, Davydov suggerisce di partire dalle grandezze e non dalle unità, e quindi dagli oggetti che si vogliono misurare e non dalle unità di misura; queste ultime sono determinate dalle caratteristiche delle grandezze da misurare come fa notare anche Gal'perin:

Misurare con che cosa? Dipende da che cosa vogliamo misurare: se si tratta di una lunghezza, bisognerà prendere qualcosa di lungo; se si misura l'acqua o la sabbia bisogna prendere un cucchiaino, un boccale, un secchio; per un peso si deve ricorrere a qualcosa di pesante, a qualche peso. Ma non si può misurare l'acqua (volume) con uno spago (con la lunghezza) e il peso con un boccale o con un cucchiaino. In altre parole, ogni caratteristica di una cosa può essere misurata soltanto con la sua misura propria. È, perciò, molto importante capire quale caratteristica dell'oggetto deve essere misurata, di quale caratteristica si tratta, perché lo stesso oggetto può avere varie caratteristiche.¹⁴⁹

Risulta inoltre utile **confrontare le grandezze** su base percettiva e conseguentemente introdurre unità adatte a rappresentare questo confronto. Il cambiamento dell'unità di misura e l'osservazione degli effetti che produce aiuta il bambino a rendersi conto del fatto che si instaura un rapporto di proporzionalità inversa tra l'aumentare dell'unità e il risultato della misurazione.

III. 1. 6. Misurare per rappresentare

Riportando quanto detto al nostro percorso didattico, l'esigenza di ridurre in scala la loro aula per riuscire a rappresentarla con precisione ha indotto i bambini a misurarla. Nonostante il *metro*, unità di misura proposta da un bambino il cui padre fa il muratore (e già qui risulta evidente l'aggancio tra l'esperienza quotidiana dei bambini e le loro conoscenze), fosse uno strumento adatto allo scopo, ho preferito che dalla *conversazione matematica* scaturisse l'idea di riutilizzare il bastone che ci era servito per costruire la griglia gialla. Questa scelta mi è sembrata la più opportuna al fine di far comprendere ai bambini la **convenzionalità dell'unità di misura**. È stato infatti il confronto di gruppo e la comune valutazione della convenienza del suo impiego a condurre i bambini a scegliere come unità di misura il bastone (poi definito "**passometro**", termine pivot in grado di conciliare l'idea di misura maturata dai bambini con concetti ed esperienze riconducibili al sapere matematico di riferimento). Il fatto che il gruppo avesse precedentemente discusso in merito all'opportunità di adottare il passo di un bambino in particolare, visto che i passi dei diversi bambini

¹⁴⁹ Gal'perin P.Ja (1977), *Contributo alla teoria dello sviluppo intellettuale del bambino* cit., p.52.

evidenziavano delle differenze, ha chiarito come alla base di scelte convenzionali non esistano leggi di natura, bensì accordi e intese comuni a un gruppo di persone.

Se inizialmente la misurazione dell'aula era per i bambini un gioco divertente, al punto che sembravano dimenticare lo scopo del loro lavoro ed esaurire il loro interesse nella procedura di segnare tacche sul pavimento¹⁵⁰, nel tempo si è trasformata in una pratica consapevole non priva di risvolti problematici. Dal confronto tra **quantità continue**, la misura delle lunghezze delle pareti e degli spazi interni all'aula, e **quantità discrete**, il numero delle unità di misura o “passometri” rilevati, è infatti emerso il problema del mancato esaurimento di alcune lunghezze il rapporto all'unità scelta. Il turbamento dei bambini di fronte al “pezzettino” che non si poteva misurare col “passometro” ha però gettato le basi per una più profonda comprensione del concetto di numero, sicuramente più complessa e problematica, ma di certo meno soggetta a futuri ostacoli epistemologici e didattici¹⁵¹. Anche in questo caso si è pensato di comune accordo di contare i “passometri” interi e quindi di approssimare per difetto il risultato della nostra misurazione. Ciò nonostante alcuni bambini, urtati dalla scarsa precisione della misura così indicata, hanno cercato di determinare la misura del “pezzettino” eccedente per mezzo di vari oggetti presenti in sezione, mostrando di intuire che la stessa unità di misura, in quanto lunghezza, può essere misurata e suddivisa a sua volta in sottomultipli.

Le ipotesi dei bambini relative alle misure dei diversi spazi costituiscono un sistema di *segni situati* più evoluti rispetto a quelli prodotti prima della costruzione delle due griglie e quindi più vicini al sapere matematico. Ad esempio, dopo aver misurato la prima parete, tutti i bambini del gruppo erano convinti che quella opposta avesse la stessa misura, anche se non erano ancora in grado di dimostrarlo matematicamente.

Una volta misurati gli spazi dell'aula e stabilito che per costruirne una a misura di Bee-bot era necessario rimpicciolire l'unità di misura, è iniziato il lavoro di **riduzione in scala** che ci ha condotti alla realizzazione di un'aula per Bee-bot, il nostro *testo matematico*. Il lavoro sulle due griglie aveva già abituato i bambini al **confronto di grandezze** e a stabilire corrispondenze tra spazi isomorfi, ma di diverse dimensioni.

Se l'idea di servirsi del passo di Bee-bot per realizzare una pianta dell'aula è stata immediata, i primi tentativi effettuati direttamente con l'artefatto hanno evidenziato qualche

¹⁵⁰ “All'inizio i bambini si appassionavano a tal punto alla procedura dell'effettuazione della misura, che non notavano l'assenza di un risultato concreto. E quando si chiedeva loro quanto era stato ottenuto, apparivano molto imbarazzati.” Ibidem, p.52.

¹⁵¹ Gli **ostacoli epistemologici** riguardano la natura stessa dell'argomento trattato e hanno un ruolo costitutivo nella costruzione della conoscenza; gli **ostacoli didattici** dipendono invece dalle scelte dell'insegnante che nella trasposizione didattica privilegia determinate strategie didattiche.

Si veda in proposito la *teoria degli ostacoli* che si frappongono all'apprendimento della matematica proposta nel 1976 da **Guy Brousseau**, in: D'Amore B., Sbaragli S. (2011), *Principi di base di Didattica della matematica* cit., pp.72-76.

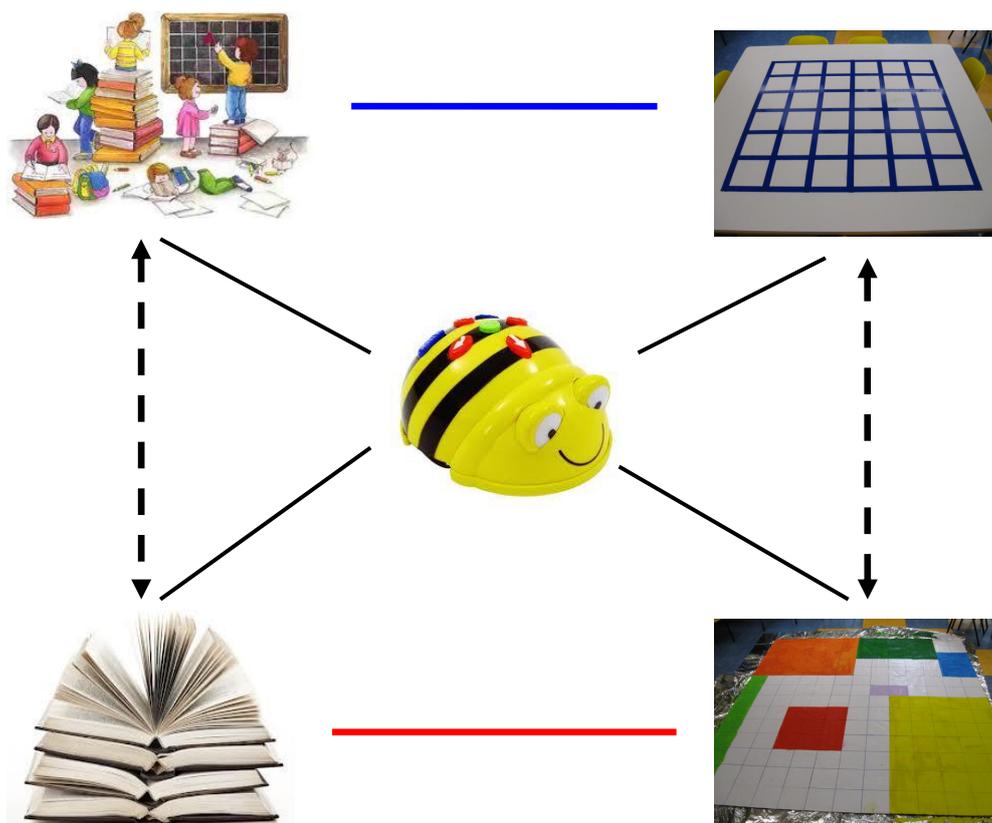
difficoltà. I bambini hanno perciò pensato di utilizzare il normografo, lungo quanto il passo di Bee-bot (15 centimetri), così come avevano precedentemente impiegato il “passometro”, lungo quanto il passo di Sofia. Questo sistema di corrispondenze ha loro permesso di misurare la base di cartone sulla quale abbiamo poi incollato quella che per loro non era altro che una griglia blu di Bee-bot di 14x13 passi. Per determinare la posizione e la misura degli spazi interni all’aula non era quindi necessario misurarli col passo di Bee-bot, ma semplicemente contare i riquadri della griglia trasferendovi i risultati in “passometri” ottenuti attraverso la misurazione diretta dell’aula.

L’idea di realizzare un’aula a misura di Bee-bot, nata per mantenermi aderente al progetto iniziale che prevedeva la costruzione di una scuola per Bee-bot, ha assunto nel corso del nostro lavoro un più ampio significato. Creare uno spazio in scala di 14x13 passi di Bee-bot ha innanzitutto comportato la possibilità di aumentare le competenze matematiche dei bambini che, ormai capaci di programmare e far muovere Bee-bot su una griglia di 6x6 passi, erano chiamati ad analoghe operazioni su un più vasto spazio. Se l’utilizzo della griglia blu è soprattutto servito a superare gli scogli del posizionamento e orientamento di Bee-bot nel punto di partenza e della X in quello di arrivo, le successive sperimentazioni nell’aula di Bee-bot richiedevano l’utilizzo di più raffinate strategie logiche (“*Qual è la strada più conveniente per andare da... a...?*”), oltre che maggiori capacità di conteggio (contare fino a 6 è sicuramente più facile, per dei bambini di cinque anni, rispetto a contare fino a 13 o 14).

La riproduzione in scala di uno spazio reale ha inoltre comportato la possibilità di creare situazioni e problemi verisimili, aumentando di conseguenza la motivazione dei bambini. Diverso è infatti chiedere a un bambino di programmare Bee-bot affinché raggiunga un’imprecisata X, rispetto a domandargli come possa andare da un luogo a un altro di uno spazio conosciuto, frequentato e riprodotto ad arte.

Non va poi sottovalutata la percezione del passaggio da un modo grossolano e approssimativo di rappresentare lo spazio, con linee di nastro adesivo spesse un centimetro, a una rappresentazione geometrica più precisa (graficamente ottenuta col tratto di un pennarello) e quindi più vicina alla definizione euclidea per cui “una linea è una lunghezza senza larghezza”¹⁵².

¹⁵² Si veda il Libro I degli *Elementi* di Euclide nel quale sono contenuti i principi su cui si basa la geometria euclidea; la definizione di linea citata è la seconda delle 23 definizioni euclidee.



III. 2. RIFLESSIONI CONCLUSIVE

III. 2. 1. Questioni di metodo

Una prima considerazione riguarda il fatto che, non avendo a disposizione da subito Beebot, nelle prime fasi dell'esperimento didattico non ho potuto applicare in maniera ortodossa la metodologia del "ciclo didattico". L'iniziale alternanza di attività semiotiche individuali e collettive a tema è comunque stata propedeutica al successivo lavoro comprendente l'attività con l'artefatto. Devo inoltre confessare che le prime *conversazioni matematiche*, oltre a costituire un utile strumento ai fini di sondare le pre-conoscenze dei bambini creando nel gruppo interesse per l'argomento trattato, sono servite a me per esercitarmi nel ruolo di guida. Sostenere e condurre *conversazioni matematiche* con un gruppo di bambini di 5 anni non è infatti cosa da poco; mantenere vivo l'interesse e promuovere senza forzature gli interventi dei bambini richiede notevoli conoscenze e competenze, oltre che un forte coinvolgimento e grande sensibilità da parte dell'insegnante. Mi sono dovuta trattenere dall'elogiare spudoratamente alcuni interventi, proponendoli al contempo all'attenzione della classe; ho cercato di accettare e rispettare taluni silenzi e di sedare gli interventi collettivi senza smorzare l'entusiasmo dei bambini; ho tentato di

attuare quelle strategie rogersiane di rispecchiamento, parafrasi e riformulazione degli interventi, di cui mi servo anche nel mio lavoro di educatrice d'asilo nido, ma spesso in modo inconsapevole e comunque più attraverso i gesti e lo sguardo che non l'uso della parola.

Una volta inserito nel "ciclo didattico" il terzo fondamentale elemento, le varie fasi del processo di insegnamento-apprendimento si sono succedute e talvolta fuse insieme al fine di raggiungere gli obiettivi formativi previsti. È stata soprattutto l'attività semiotica collettiva a insinuarsi e sovrapporsi in più occasioni a quella individuale e all'attività con l'artefatto. Spesso i bambini intavolavano spontaneamente *conversazioni matematiche* che accompagnavano l'esecuzione delle consegne individuali. Poiché non si trattava di semplici chiacchierate, ma di vere e proprie conversazioni a tema, ho pensato fosse giusto sostenerle e guidarle, anziché inibirle, anche se non erano partite dal mio disegno progettuale.

Se l'analisi, sia a priori che a posteriori, induce l'insegnante a considerare separatamente le varie fasi del "ciclo didattico", va comunque tenuto presente che esse costituiscono aspetti parziali di un unico processo continuo che porta all'acquisizione di quella conoscenza o sapere matematico cui mira l'insegnante attraverso la sua azione di mediazione didattica. Peraltro la **struttura sistemica della conoscenza** ben si armonizza ai modi di esprimersi del bambino che utilizza sinergicamente i diversi sistemi socio-semiotici (gesto, linguaggio, disegno...) al fine di padroneggiare la realtà e comunicare con gli altri. I diversi aspetti della comunicazione infantile vanno quindi letti e interpretati secondo un'ottica sistemica che, in accordo con la visione vygotskiana, non isola di volta in volta un sistema semiotico, ma ne coglie la dinamica interconnessione.

III. 2. 2. Valutazione del raggiungimento degli obiettivi formativi

Dopo lo svolgimento del progetto posso affermare che le competenze del gruppo dei bambini frequentanti l'ultimo anno della Scuola dell'infanzia di Campitello sono notevolmente aumentate, anche se in misura diversa nei singoli bambini, in relazione a ognuna delle finalità considerate in fase progettuale:

- orientamento spaziale e lateralizzazione;
- identificazione e ordinamento di punti di riferimento;
- misurazione di spazi e distanze con strumenti non convenzionali;
- comprensione della relatività del punto di vista;
- costruzione di modi di rappresentare lo spazio condivisi;
- capacità di fornire indicazioni spaziali.

Non solo, attraverso l'attuazione del ciclo didattico che trova nell'interazione con l'artefatto una sua fase fondamentale, sono emerse ulteriori possibilità di sviluppo, quali l'apertura e l'avvicinamento al mondo della robotica e l'apprendimento delle basi dei linguaggi di programmazione, che io non avevo espressamente previsto a priori.

L'**artefatto** ha assunto l'ipotizzato ruolo di **strumento di mediazione semiotica** utile al raggiungimento degli obiettivi didattici previsti dall'insegnante. Se in questi obiettivi è evidente la volontà di filtrare contenuti matematici ai bambini, nei *segni situati* che hanno accompagnato il percorso sono rintracciabili le tappe del processo di costruzione di significati matematici condivisi dal gruppo. Queste tappe non sono state da me programmate nei minimi dettagli, ma si sono strutturate in itinere come fondamentali momenti di un percorso di crescita sia cognitiva che metacognitiva comune.

La metodologia del **ciclo didattico** articolato in tre fasi (attività con l'artefatto, produzioni semiotiche individuali e *conversazioni matematiche*, ovvero produzioni collettive di segni), ha favorito il passaggio dai *segni artefatto o situati* a quei *segni matematici* cui mirano anche gli obiettivi normativi. Ecco allora che per giungere a “**raggruppare, ordinare, contare, misurare, localizzare, porre in relazione, progettare e inventare**”¹⁵³ era necessario, per quel particolare gruppo di bambini cui veniva offerta la possibilità di interagire con Bee-bot in quel momento del loro percorso scolastico, muoversi in un certo modo nello spazio della sala motoria, costruire la griglia blu di Bee-bot e quella gialla dei bambini, misurare la loro aula e i suoi spazi interni con il “passometro”, costruire un'aula a misura di Bee-bot...

In questo percorso particolare e contestualizzato sono emerse, all'incrocio tra **aritmetica e geometria**, quelle interconnessioni tra **i numeri e lo spazio** che anche i bambini piccoli sanno e possono cogliere, dapprima da soli in maniera intuitiva e successivamente, sotto la guida dell'insegnante, in modo via via più consapevole. Come lo spazio necessita dei numeri e dei rapporti che si stabiliscono tra di essi per essere descritto e rappresentato, così i numeri acquisiscono, attraverso la rappresentazione spaziale, quella concretezza che permette ai bambini di coglierne l'essenza.

Il mio è stato un lavoro di regia partecipe, ma non invasiva, delle azioni sperimentate dai bambini. Mio sforzo costante durante lo svolgimento dell'intero percorso è stato rendere significativi i diversi contesti d'apprendimento in modo da sviluppare un atteggiamento positivo nei confronti della matematica. A tal fine, oltre a prestare ascolto agli interessi e alle esigenze del gruppo, ho cercato di valorizzare le diverse soluzioni che i singoli bambini avanzavano per risolvere

¹⁵³ I termini evidenziati in grassetto sono presi dagli *Orientamenti* del 1991, già più volte citati nel corso della presente dissertazione.

i problemi emersi durante l'attuazione del progetto, senza mai perdere di vista gli obiettivi che mi ero posta inizialmente.

L'**osservazione** dei comportamenti dei bambini e l'analisi delle loro produzioni semiotiche hanno costituito i principali strumenti di verifica dell'adeguatezza del lavoro svolto. Ho letto nell'entusiasmo e nell'attiva partecipazione dei bambini alle attività proposte un chiaro sintomo del loro interesse. Il fatto che le *conversazioni matematiche* fossero spesso dominate da un numero ridotto di bambini lo riconduco a questioni temperamentali più che motivazionali; comunque anche coloro che non intervenivano in modo spontaneo nelle *conversazioni* apparivano attenti e, soprattutto, dimostravano attraverso le produzioni semiotiche individuali di averne compresi i contenuti.

Le produzioni grafiche individuali, corredate da qualche scatto fotografico, sono state raccolte in ordine cronologico in una sezione del quadernone personale che documenta il lavoro svolto da ogni bambino durante l'anno scolastico. Sfogliando i vari quaderni si può notare il passaggio da modi realistici e molto personali di rappresentare lo spazio, a modalità condivise tipo disegni in pianta, più vicine ai canoni rappresentativi adulti.

La **documentazione fotografica**, esposta nel salone della scuola per bambini, insegnanti e genitori, mi è servita in più occasioni per ripercorrere insieme ai bambini le varie tappe del percorso nel tentativo di incrementare le loro *conoscenze matetiche* oltre che *matematiche*¹⁵⁴. La stessa documentazione mi ha inoltre permesso di seguire con occhio critico il filo del lavoro svolto, dotandolo di senso e riorientandolo, laddove necessario, verso i traguardi formativi previsti.



¹⁵⁴ Si veda a tal proposito: Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività* cit., pp. 63-85.

BIBLIOGRAFIA

- Alibali M.W., Di Russo A.A. (1999), *The function of gesture in learning to count: more than keeping track*, in “Cognitive Development”, 14, pp.37-56.
- Baccaglini-Frank A., Ramploud A., Bartolini Bussi M.G. (2012), *Informatica zero*, Fano (PU), Edutouch.
- Baldacci M. (2006), *Unità di apprendimento e programmazione*, Napoli, Tecnodid Editrice.
- Bartolini Bussi M. G. (2008), *Matematica – I numeri e lo spazio*, Bergamo, Edizioni Junior.
- Bartolini Bussi M.G. (2010), *Quadro di riferimento*, in “Scienze e tecnologie in Emilia Romagna”, Tecnodid Editrice, vol.2; disponibile on line: <http://www.mmlab.unimore.it/site/home/progetto-regionale-emilia-romagna/risultati-del-progetto/libro-progetto-regionale/documento16016366.html>.
- Bartolini Bussi M.G. (2011), *Artefatti e segni nell'insegnamento-apprendimento della matematica: i primi anni*, in D'amore B., Sbaragli S. (2011), *Un quarto di secolo al servizio della didattica della matematica*, Bologna, Pitagora Editrice, raccolta degli Atti del Convegno “Incontri con la Matematica” n.25 (Castel San Pietro Terme, novembre 2011).
- Bartolini Bussi M.G., Boni M., Ferri F. (2005), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, Modena, CDE.
- Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in “L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate”, Treviso, CRDM, vol. 32, sez. A-B, pp.270-294.
- Bartolini Bussi M.G., Maschietto M. (2006), *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, Milano, Springer.
- Battegazzore P. (2009), *Bee-bot, fare robotica con un giocattolo programmabile a banalità limitata*, in “Didamatematica 2009”, Atti del convegno: ISBN 978-88-8443-277-3, disponibile on line: <http://services.economia.unitn.it/didamatematica2009/Atti/lavori/battegazzore.pdf>.
- Benzoni I. (2000), *L'incontro... una storia, tante storie. Lo sfondo integratore non è un filo conduttore*, Bergamo, Edizioni Junior.
- Bishop A.J. (1988), *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Bruner J. (1966), *Verso una teoria dell'istruzione*, trad. it. Roma, Armando, 1982.
- Bruner J. (1986), *La mente a più dimensioni*, trad. it. Roma-Bari, Laterza, 1993.
- Bruner J. (1996), *La cultura dell'educazione*, trad. it. Milano, Feltrinelli, 2001.
- Cadamuro A., Farneti A. (2008), *Insegnanti e bambini – Idee e strumenti per favorire la relazione*, Roma, Carocci.

- Chevallard Y. (1985), *La transpositions didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- D'Amore B., Sbaragli S. (2011), *Principi di base di Didattica della matematica*, Bologna, Pitagora Editrice.
- Dehaene S. (1997), *Il pallino della matematica*, trad. it. Milano, Mondadori, 2000.
- Donaldson M. (1978), *Come ragionano i bambini*, trad. it. Milano, Springer, 2010.
- Gallistel C.R., Gelman R. (1978), *The child's understanding of number*, Cambridge, Harvard University press.
- Gallistel C.R., Gelman R. Cordes S. (2005), *The Cultural and Evolutionary History of the Real Numbers*, in Levinson S. e Jaisson P. (Eds.), *Culture and Evolution*, Cambridge, MA: MIT Press.
- Gal'perin P.Ja (1977), *Contributo alla teoria dello sviluppo intellettuale del bambino*, in Veggetti M.S., *La formazione dei concetti*, Firenze, Giunti Barbera.
- Gariboldi A. (2007), *Valutare il curricolo implicito nella scuola dell'infanzia*, Bergamo, Edizioni Junior.
- Graham T.A. (1999), *The role of gesture in children's learning to count*, in "Journal of Experimental Child Psychology", 74, pp.333-355.
- Hasan R. (2002), *Semiotic mediation, language and society: three exotropic theories – Vygotsky, Halliday and Bernstein*, disponibile on line: <http://www.uct.ac.za/depts/pgc/sochasan.html>.
- Karmiloff-Smith A. (1992), *Oltre la mente modulare*, trad. it. Bologna, Il Mulino, 1995.
- Lurcat L. (1976), *Il bambino e lo spazio. Il ruolo del corpo*, trd. it. Firenze, La Nuova Italia, 1980.
- Norman D.A. (1993), *Le cose che ci fanno intelligenti*, trad. it. Milano, Feltrinelli, 1995.
- Papert S. (1980), *Mindstorms – Bambini computers e creatività*, trad. it. Torino, Emme Edizioni, 1984.
- Rabardel P. (1995), *Les hommes et les technologies*, Paris, Armand Colin.
- Rabardel P. (1997), *Gli strumenti dell'uomo. Dal progetto all'uso*, in "Ergonomia", 9/1997, disponibile on line: <http://www.ergonomia.info/archivio/rabardel/html>.
- Rizzo A. (2000), *La natura degli artefatti e la loro progettazione*, in "Sistemi intelligenti", a.XII, n.3, pp.437-452; disponibile on line: <http://www.garito.it/areastud/Ricerche/fabionoiartefatti.pdf>.
- Spadoni S. (1996), *Il senso dello spazio e la sua rappresentazione grafica nel disegno infantile*, in "Infanzia", n.10/9, La Nuova Italia Editrice.
- Vygotskij L.S. (1930-60), *Il processo cognitivo*, trad. it. Torino, Boringhieri, 1987.
- Vygotskij L.S. (1934), *Pensiero e linguaggio*, trad. it. a cura di Mecacci L., Roma-Bari, Laterza, 1990.

Vygotskij L.S. (1974), *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori*, trad. it. Firenze, Giunti, 2009.

Vygotskij L.S. (1993), *Lo sviluppo psichico del bambino*, Roma, Editori Riuniti.

Wartofsky M. (1979), *Perception, representation and the forms of action: towards an historical epistemology*, in "Models. Representation and the Scientific Understanding", D. Reidel Publishing Company, pp.188-209.

Zorzi M. (2004), *La rappresentazione mentale dei numeri: neuropsicologia dell' "intelligenza numerica"*, in "Difficoltà in matematica", supplemento n.1 al periodico "Difficoltà di apprendimento", n10/1, Trento, Erickson, pp.57-69; consultabile on line: http://sportellodsa.erickson.it/wp-content/uploads/downloads/2012/04/DM_15.pdf.